

# CO WIEMY A CZEGO NIE WIEMY O WŁAŚCIWOŚCIACH ENERGETYCZNYCH OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH

Leszek S. Czarnecki, IEEE Life Fellow, Louisiana State University, USA

*Wyjaśnienie i opis właściwości energetycznych obwodów elektrycznych jest jednym z najbardziej kontrowersyjnych zagadnień elektrotechniki, o bogatej literaturze i wielu „szkolach” teorii mocy. W ciągu przeszło stulecia trwających badań nad tymi właściwościami nagromadziła się pewna liczba błędów interpretacyjnych oraz błędnych definicji mocy. Niniejszy artykuł jest przeglądem rozprzestrzenionych w środowisku elektro-technicznym błędnych interpretacji właściwości energetycznych obwodów elektrycznych.*

## What we know and what we do not know on power properties of electrical circuits

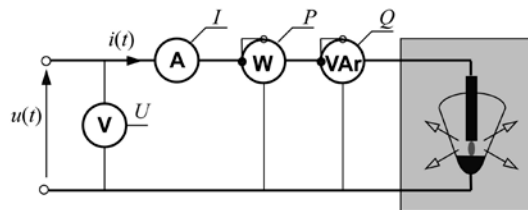
*Explanation and description of power properties of electrical circuits is one of the most controversial issues of electrical engineering with rich literature and number of “schools” of the power theory. During more than century-long studies on these properties a number of misconceptions and erroneous definitions have been accumulated in electrical engineering community. This paper compiles and discusses main misinterpretations and erroneous definitions of power quantities disseminated in this community.*

### 1. WSTĘP

Pojęcia mocy czynnej  $P$ , mocy bierniej  $Q$  i mocy pozornej  $S$  oraz wiążące te moce równanie

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

pojawiły się w elektrotechnice w ostatnich dziesięcioleciach XIX wieku. Równanie to zostało zakwestionowane w 1892 roku przez Steinmetz’ a [1], który pokazał, że w obwodzie z lampą łukową, przedstawionym na Rys.1



Rys. 1. Eksperyment Steinmetz’ a.

moc pozorna  $S$  jest większa od mocy czynnej  $P$ , przy zerowej mocy bierniej  $Q$ , zatem

$$S^2 \geq P^2 + Q^2.$$

Obserwacja Steinmetz’ a była ważna z poznawczego i z ekonomicznego punktu widzenia. Stawiała pytanie: *dlaczego moc pozorna  $S$  źródła zasilającego odbiornik musi być większa od jego mocy czynnej  $P$ ?* Kontekst tego pytania jest ściśle ekonomiczny, ale ma też ważny składnik poznawczy. Stawia pytanie: – *jakie zjawiska fizyczne w odbiorniku bądź jego cechy strukturalne powiększają jego moc pozorną  $S$  ponad moc czynną  $P$ ?* Ciężar tych pytań rośnie z ilością energii przesyłanej w systemie i dotyczy przede wszystkim

układów trójfazowych, w których w obecności odkształceń prądu i napięcia lub ich asymetrii, moc pozorna może być większa od mocy czynnej, nawet wtedy, gdy moc bierna  $Q$  jest równa zeru.

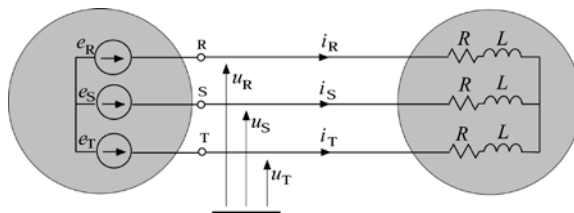
Pozornie łatwe pytanie okazało się być jednym z najtrudniejszych do odpowiedzi pytań elektrotechniki XX wieku. Liczbę publikacji poświęconych temu zagadnieniu, określanemu ogólnie terminem „teorii mocy”, można szacować obecnie na co najmniej tysiąc i liczba ta ciągle rośnie. Próby znalezienia odpowiedzi zapoczątkowało szereg „szkół” teorii mocy. Wiąże się je zwykle z nazwiskami naukowców, którzy w pewien, właściwy dla takiej szkoły, sposób wyjaśniali obserwację Steinmetz’a. Tak powstały teorie mocy Budeanu (1927) [3], Fryzego (1931) [4], Shepherd’a i Zakikhani’ego (1972) [5], Kusters’a i Moore’a (1980) [6], Akagi’ego i Nabaey’a (1984) [7] Czarneckiego (1984) [8 - 9], Depenbrock’a (1993) [10], czy Tenti’ego (2008) [12]. Każda z tych teorii wyjaśnia właściwości energetyczne obwodów elektrycznych i definiuje pewne moce w sposób odmienny.

Każda z tych teorii zbliżała nas w jakiś sposób do poprawnej odpowiedzi na postawione pytania, pewne odpowiedzi okazały się jednak błędne. Niestety, zanim ich błędność została ujawniona, rozprzestrzeniły się one w elektrotechnice. Stały się trwałym składnikiem kursów uniwersyteckich, podręczników a nawet standartów.

Niniejszy artykuł zestawia różne błędne poglądy pojawiające się w środowisku elektrotechnicznym na temat właściwości energetycznych obwodów elektrycznych oraz omawia pewne błędne definicje mocy.

## 1. MOC BIERNA

Moc bierna  $Q$ , jest w środowisku elektrotechnicznym jednym z najbardziej rozpowszechnionych pojęć. O ile jej obliczanie nie sprawia zwykle trudności, to fizyczna interpretacja mocy biernej jest zwykle mylna. Kojarzy się ją najczęściej z oscylacją energii elektrycznej między źródłem zasilania a odbiornikiem. Tymczasem w liniowych i zrównoważonych układach trójfazowych z sinusoidalnym napięciem zasilania, nie ma żadnych oscylacji energii między źródłem a odbiornikiem, niezależnie od wartości mocy biernej  $Q$  odbiornika. Łatwo to sprawdzić obliczając moc chwilową odbiornika  $p(t)$ , która to moc jest prędkością przepływu energii między źródłem zasilania a odbiornikiem. Rozpatrzmy w tym celu obwód trójfazowy ze zrównoważonym odbiornikiem RL, pokazany na Rys. 2,



Rys. 2. Obwód trójfazowy ze zrównoważonym odbiornikiem RL.

Przyjmijmy, że napięcie zasilania jest sinusoidalne i symetryczne, o przebiegu na zacisku fazy R

$$u_R(t) = \sqrt{2} U \cos \omega t .$$

Prąd fazy R ma w takim przypadku przebieg

$$i_R(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi)$$

zatem moc bierna odbiornika ma wartość

$$Q = 3UI \sin \varphi . \quad (1)$$

Obliczmy moc chwilową  $p(t)$ , czyli prędkość przepływu energii  $W$  do odbiornika, mianowicie

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{dW}{dt} = u_R(t)i_R(t) + u_S(t)i_S(t) + u_T(t)i_T(t) = \\ &= 2UI [\cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) + \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3})] = 3UI \cos \varphi = P. \quad (2) \end{aligned}$$

Moc ta jest stała i ma wartość niezależną od mocy biernej  $Q$  odbiornika. Pomimo niezerowej wartości mocy biernej  $Q$ , przepływ energii nie ma żadnego składnika oscylacyjnego.

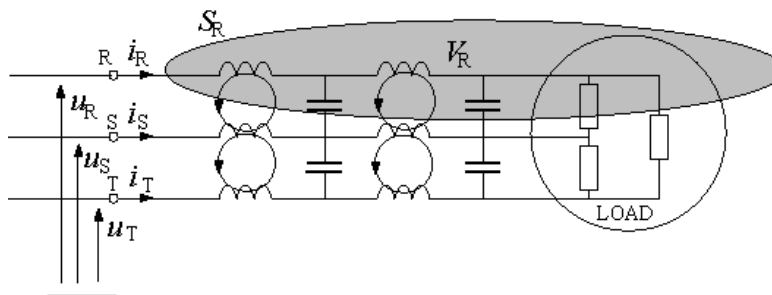
Spotyka się jednak niekiedy opinię, że oscylacje takie w istocie w poszczególnych fazach istnieją, lecz się wzajemnie kompensują i nie są jedynie widoczne. Popiera się taką opinię obserwacją, że dla pojedynczej fazy, na przykład R, iloczyn

$$u_R(t)i_R(t) = p_R(t) = 2UI \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) = \frac{P}{3} (1 + \cos 2\omega t) + \frac{Q}{3} \sin 2\omega t \quad (3)$$

ma składową oscylacyjną, o amplitudzie równej jednej trzeciej mocy biernej odbiornika,  $Q/3$ . Niestety, opinia ta jest oparta na innym rozpowszechnionym błędzie, mianowicie, na przekonaniu, że iloczynny

$$u_R(t)i_R(t) = p_R(t), \quad u_S(t)i_S(t) = p_S(t), \quad u_T(t)i_T(t) = p_T(t), \quad (4)$$

są mocami chwilowymi poszczególnych faz odbiornika. Tymczasem, aby taki iloczyn był mocą chwilową, to jest prędkością przepływu energii  $W$ , trzeba z odbiornika trójfazowego wyodrębnić energetycznie izolowaną przestrzeń  $V$ , ograniczoną powierzchnią  $S$ , do którego energia przenoszona jest prądem i napięciem jednej tylko fazy. Znalezienie takiej przestrzeni, poza pewnymi wydelizowanymi sytuacjami, nie jest możliwe. Problem ten ilustruje Rys. 3.



Rys. 3. Przykład próby znalezienia izolowanej przestrzeni w obwodzie trójfazowym.

Tak więc, iloczyny (4) nie mogą być interpretowane fizycznie jako moce chwilowe faz, a zatem składnik oscylacyjny po prawej stronie wyrażenia (3) nie może być interpretowany jako składowa oscylacyjna przepływu energii.

Zauważmy też, że węzeł, względem którego odnosi się napięcie innych węzłów obwodu, może być wybrany dowolnie i nie ma to wpływu na zjawiska w obwodzie. Jeśli takim węzłem odniesienia będzie któryś z zacisków RST odbiornika, na przykład zacisk X, a więc stale  $u_X(t) = 0$ , a zatem  $u_X(t) i_X(t) = p_X(t) = 0$ . Potwierdza to wniosek, że iloczyny (4) nie mogą być interpretowane jako moce chwilowe faz odbiornika.

Spotyka się niekiedy opinię, że moc chwilowa odbiornika  $p(t)$  jest jedyną wielkością energetyczną w obwodach elektrycznych mającą interpretację fizyczną, a zatem tylko na niej powinna być oparta teoria mocy. Opinia taka jest błędna, gdyż jak pokazała powyższa analiza, moc chwilowa w obwodzie trójfazowym nie dostarcza żadnej informacji o mocy biernej odbiornika.

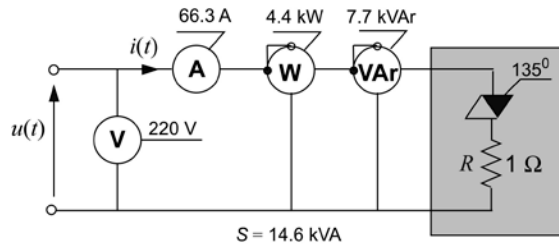
Innym spotykanym błędnym wyjaśnieniem obecności w obwodzie trójfazowym mocy biernej  $Q$  jest akumulacja energii w odbiorniku. W przypadku zrównoważonego odbiornika RL, pokazanego na Rys. 2, energia pola magnetycznego wynosi

$$\begin{aligned} W(t) &= W_R(t) + W_S(t) + W_T(t) = \frac{1}{2} L [i_R^2(t) + i_S^2(t) + i_T^2(t)] = \\ &= \frac{1}{2} L 2 I^2 [\cos^2(\omega t - \varphi) + \cos^2(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \cos^2(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3})] = \\ &= L I^2 [\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega t - \varphi) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3})] = \frac{3}{2} L I^2 = \text{const.} \quad (5) \end{aligned}$$

Energia ta jest dostarczona do odbiornika po jego włączeniu do źródła zasilania, a więc w stanie przejściowym, zaś w stanie ustalonym energia ta pozostaje niezmienna. Nie ma dalszego przepływu energii ze źródła zasilania, co ma odbicie w fakcie, że moc chwilowa odbiornika  $p(t)$  ma wartość stałą.

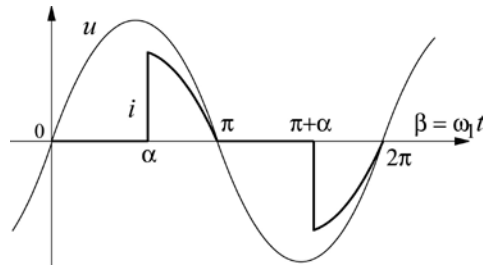
Moc bierna  $Q$  nie ma więc związku z akumulacją energii w odbiorniku. Ma ona natomiast związek z przepływem energii między polami magnetycznymi poszczególnych faz. Energie  $W_R$ ,  $W_S$  oraz  $W_T$  zmieniają się w czasie, i przy braku sprzężeń magnetycznych między fazami, tak jak to przyjęto na Rys. 2, zmiany te są możliwe tylko dzięki przepływowi energii przez przewody zasilające. Przepływ ten wymaga prądu w tych przewodach. Jest to właśnie prąd bierny.

Wniosek, że prąd bierny i moc bierna są skutkiem oscylacji energii może być jednak przedwczesny. Okazuje się bowiem, że miernik mocy biernej włączony na zaciskach odbiornika czysto rezystancyjnego z okresowo włączanym TRIAC-iem, wskazuje niezerową wartość mocy biernej  $Q$ . W przypadku obwodu pokazanego na Rys. 4, moc ta wynosi  $Q = 7,7\text{kVAr}$ .



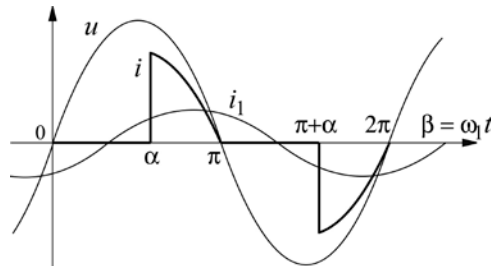
Rys. 4. Obwód czysto rezystancyjny z TRIAC-iem.

Odbiornik taki nie ma oczywiście żadnej zdolności akumulacji energii. Nie ma też żadnych oscylacji energii elektrycznej w przewodach zasilających, gdyż moc chwilowa odbiornika  $p(t) = u(t) i(t)$ , biorąc pod uwagę przebieg prądu i napięcia, pokazany na Rys. 5, jest stale nieujemna.



Rys. 5. Przebieg prądu w obwodzie rezystancyjnym z TRIAC-iem.

Moc bierna w tym obwodzie ma wartość niezerową, gdyż harmoniczna podstawowa prądu  $i_1(t)$  jest przesunięta względem napięcia zasilania. To wzajemne przesunięcie fazowe ilustruje Rys. 6.



Rys. 6. Przesunięcie harmonicznej podstawowej prądu względem napięcia zasilania w obwodzie z TRIAC-iem.

W szczególności, jeśli napięcie zasilania ma przebieg

$$u = 220\sqrt{2} \sin \omega t \text{ V}$$

to przy parametrach obwodu takich jak na Rys. 4 i kącie zapłonu  $\alpha = 135^\circ$ , harmoniczna podstawowa prądu ma przebieg

$$i_1(t) = I_1\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi_1) = 40,32\sqrt{2} \sin(\omega t - 60,28^0) \text{ A},$$

a zatem

$$Q = U I_1 \sin \varphi_1 = 7,7 \text{ kVAr}.$$

Obwód ten pokazuje, że akumulacja energii w odbiorniku lub jej oscylacja nie są potrzebne dla istnienia mocy biernej  $Q$ . Jest ona skutkiem przesunięcia fazowego prądu względem napięcia. Może być ono powodowane oscylacją energii, lecz także okresową zmianą parametrów obwodu.

Interpretacja fizyczna wielkości elektrycznych winna być uniwersalna, niezależna od struktury i parametrów obwodu. W przypadku mocy biernej  $Q$ , wspólnym zjawiskiem fizycznym związanym z pojawianiem się jej w obwodzie rezystancyjnym, pokazanym na Rys. 4, i w obwodzie trójfazowym, pokazanym na Rys. 2, jest tylko przesunięcie fazowe prądu względem napięcia. Dlatego tylko to zjawisko, nie zaś oscylacje energii czy jej akumulacja, tłumaczy w sposób uniwersalny istnienie w obwodzie mocy biernej.

## 2. MOC POZORNA

W przypadku mocy biernej  $Q$  mamy do czynienia tylko z rozpowszechnioną błędną interpretacją tej wielkości. Nie ma to żadnych skutków techniczno-ekonomicznych. Inaczej jest z mocą pozorną  $S$  obwodów trójfazowych.

Moc pozorna  $S$  nie jest wielkością fizyczną, w tym sensie, że nie istnieje żadne zjawisko fizyczne, które mogłoby być z tą mocą stowarzyszone. Jest to wielkość umowna. W elektrotechnice obwodów trójfazowych rozpowszechnione są dwie definicje tej mocy, mianowicie

$$S = U_R I_R + U_S I_S + U_T I_T = S_A \quad (6)$$

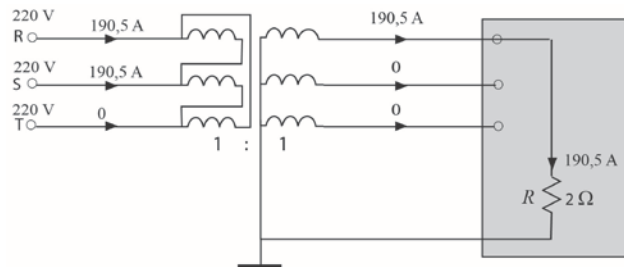
zwana arytmetyczną mocą pozorną, oraz

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = S_G \quad (7)$$

zwana geometryczną mocą pozorną. Moc pozorna służy do określania mocy urządzeń przesyłowych oraz do obliczania współczynnika mocy  $\lambda$ ,

$$\lambda = \frac{P}{S}. \quad (8)$$

Wtedy, gdy napięcia i prądy są symetryczne i sinusoidalne, wybór definicji mocy pozornej nie ma znaczenia. Wartość liczbowa mocy pozornej  $S$  i współczynnika mocy  $\lambda$  jest taka sama. Jeśli jednak któryś z tych dwóch warunków nie jest spełniony, otrzymuje się różne wyniki. Na przykład, w obwodzie trójfazowym pokazanym na Rys. 7, z odbiornikiem nie zrównoważonym oraz, dla uproszczenia obliczeń, z idealnym transformatorem o przekładni zwojowej 1:1



Rys. 7. Obwód trójfazowy z odbiornikiem niezrównoważonym.

moc pozorna  $S$ , zależnie od wyboru jej definicji, ma wartość

$$S = S_A = 83,8 \text{ kVA}, \quad S = S_G = 72,6 \text{ kVA}.$$

Zatem zależnie od wyboru definicji mocy pozornej, otrzymuje się dwie różne wartości współczynnika mocy, mianowicie:

$$\lambda_A = 0,86, \quad \lambda_G = 1.$$

Koszt dostarczania energii do odbiorcy zależy od współczynnika mocy, dlatego jest on ważnym elementem rozliczeń energetycznych. Tymczasem, w systemach z odbiornikami niezrównoważonymi jego wartość zależy od wyboru definicji mocy pozornej  $S$ . Nie wiadomo zatem jaki jest współczynnik mocy  $\lambda$  odbiornika w powyższej sytuacji.

Jak zostało to wykazane w artykule [11], odbiornik pokazany na Rys. 7, jest równoważny ze względu na straty energii w systemie przesyłowym odbiornikowi zrównoważonemu o takiej samej mocy czynnej  $P$ , lecz o współczynniku mocy

$$\lambda = 0,71$$

gdyż moc pozorna  $S$  nie powinna być definiowana wzorami (6) lub (7), lecz wzorem

$$S = \sqrt{U_R^2 + U_S^2 + U_T^2} \sqrt{I_R^2 + I_S^2 + I_T^2}$$

zaproponowanym w 1922 przez Buchholz'a [2]. Przy takiej definicji, moc pozorna obwodu przedstawionego na Rys. 7, wynosi  $S = 102,7$  kVA.

### 3. RÓWNANIE MOCY

Powszechnie używane w elektrotechnice obwodów trójfazowych równanie, wiążące wzajemnie moce odbiornika trójfazowego, ma postać

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (9)$$

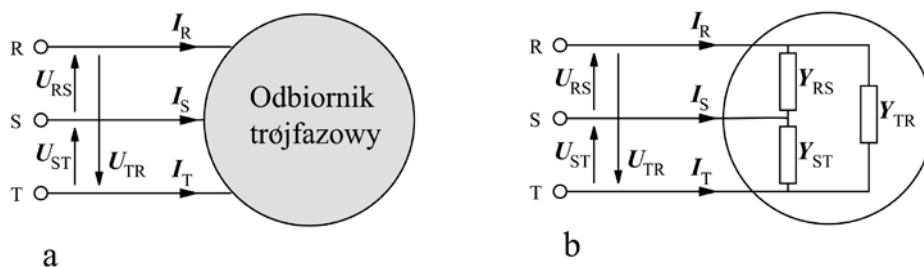
i jest poprawne tylko wtedy, gdy prądy i napięcia są symetryczne i sinusoidalne. Wtedy, gdy któryś z tych dwóch warunków nie jest spełniony, błąd jest po obu stronach tego równania: po lewej stronie, gdyż moc pozorna  $S$ , jak to wyjaśniono powyżej, jest zwykle błędnie obliczana; po prawej stronie, gdyż przy poprawnym obliczeniu mocy pozornej  $S$ , równanie (9) nie jest spełnione. W powyżej przedstawionym przykładzie, z czysto rezystancyjnym odbiornikiem, a więc o zerowej mocy bierniej  $Q$ , poprawna wartość mocy pozornej wynosi  $S = 102,7$  kVA, natomiast moc czynna  $P = 72,6$  kW. Tak więc, wartości po lewej i prawej stronie (9) są zasadniczo różne.

Równanie (9) jest błędne nawet wtedy, gdy napięcia i prądy są sinusoidalne. Równanie (9) nie uwzględnia faktu, że asymetria prądowa powiększa moc pozorną odbiornika. Jest to jeden z bardzo rozpowszechnionych w elektrotechnice błędów, dotyczących właściwości energetycznych obwodów.

Poprawne równanie mocy, wyprowadzone w [9, 13,14] oparte jest na rozkładzie prądu odbiornika na składowe, stowarzyszone z indywidualnymi zjawiskami, mającymi wpływ na wartość skuteczną prądu zasilania. Oprócz prądu czynnego  $\mathbf{i}_a(t)$ , prądu biernego  $\mathbf{i}_f(t)$ , prąd odbiornika

$$\mathbf{i}(t) = [i_R(t), i_S(t), i_T(t)]^T \quad (10)$$

może mieć także składową niezrównoważenia  $\mathbf{i}_u(t)$ . Składowe te mogą być obliczane na podstawie znajomości międzyliniowych admitancji  $Y_{RS}$ ,  $Y_{ST}$  oraz  $Y_{TR}$  odbiornika o strukturze  $\Delta$ , pokazanego na Rys. 8b, równoważnego za względu na moc czynną  $P$  i moc bierną  $Q$ .



Rys. 8. Obwód trójfazowy (a) i odbiornik równoważny (b).

Odbiornik taki charakteryzują dwie admitancje: admitancja równoważna

$$\mathbf{Y}_e = G_e + jB_e = \mathbf{Y}_{RS} + \mathbf{Y}_{ST} + \mathbf{Y}_{TR} \quad (11)$$

oraz admitancja niezrównoważenia

$$\mathbf{A} = -(\mathbf{Y}_{ST} + \alpha \mathbf{Y}_{TR} + \alpha^* \mathbf{Y}_{RS}), \quad \alpha = 1e^{j120^\circ} \quad (12)$$

Jeśli odbiornik trójfazowy jest zasilany sinusoidalnym i symetrycznym napięciem

$$\mathbf{u}(t) = [u_R(t), u_S(t), u_T(t)]^T \quad (13)$$

to prądy czynny, bierny i prąd niezrównoważenia odbiornika mają przebiegi, odpowiednio

$$\mathbf{i}_a(t) = G_e \mathbf{u}(t) \quad (14)$$

$$\mathbf{i}_r(t) = B_e \frac{d}{d(\omega t)} \mathbf{u}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ jB_e \begin{bmatrix} U_R \\ U_S \\ U_R \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} \quad (15)$$

$$\mathbf{i}_u(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ A \begin{bmatrix} U_R \\ U_T \\ U_S \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\}. \quad (16)$$

Trójfazowa wartość skuteczna prądu odbiornika jest zdefiniowana jako pierwiastek z sumy kwadratów wartości skutecznych liniowych prądów zasilania, mianowicie

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{I_R^2 + I_S^2 + I_T^2}. \quad (17)$$

Wartość ta może być również obliczana jako pierwiastek z sumy kwadratów trójfazowych wartości skutecznych prądu czynnego, biernego i prądu niezrównoważenia, mianowicie

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_r\|^2 + \|\mathbf{i}_u\|^2} \quad (18)$$

gdzie trójfazowe wartości skuteczne tych prądów wynoszą, odpowiednio

$$\|\mathbf{i}_a\| = G_e \|\mathbf{u}\| \quad (19)$$

$$\|\mathbf{i}_r\| = |B_e| \|\mathbf{u}\| \quad (20)$$

$$\|\mathbf{i}_u\| = A \|\mathbf{u}\|. \quad (21)$$

We wzorach tych

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{U_R^2 + U_S^2 + U_T^2} = \sqrt{3} U_R \quad (22)$$

jest trójfazową wartością skuteczną napięcia zasilania. Równanie (18) ujawnia zjawiska oddziaływujące na wartość skuteczną prądu odbiornika. Są to:

- trwały przesył energii do odbiornika i stowarzyszony z tym przesyłem prąd czynny,
- przesunięcie fazowe prądu względem napięcia i stowarzyszony z tym zjawiskiem prąd bierny,
- niezrównoważenie odbiornika i stowarzyszony z tą cechą odbiornika prąd niezrównoważenia.

Mnożąc równanie (18) przez trójfazową wartość skuteczną napięcia  $\|\mathbf{u}\|$  otrzymuje się równanie mocy

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D_u^2} \quad (23)$$

odmienne od powszechnie znanego równania (9).

W równaniu tym pojawia się nowa wielkość energetyczna,

$$D_u = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}_u\| = A \|\mathbf{u}\|^2 \quad (24)$$

nazwana **mocą niezrównoważenia** odbiornika. Określa ona wpływ niezrównoważenia odbiornika na jego moc pozorną  $S$ . Należy też zwrócić uwagę na to, że moc pozorna  $S$  w tym równaniu zdefiniowana jest w sposób poprawny, zgodnie z definicją Buchholtz'a [2] i wnioskami sformułowanymi w [11].

W przypadku obwodu pokazanego na Rys. 7, admitancje międzyfazowe mają wartość  $Y_{RS} = 0,5S$ ,  $Y_{ST} = 0$ ,  $Y_{TR} = 0$ , zatem

$$Y_e = G_e + jB_e = Y_{RS} = 0,5S$$

$$A = -(Y_{ST} + \alpha Y_{TR} + \alpha^* Y_{RS}) = -\alpha^* Y_{RS} = 0,5e^{j60^\circ} S$$

$$\|\mathbf{u}\| = 220\sqrt{3} \text{ V}.$$

Trójfazowe wartości skuteczne składowych prądu odbiornika wynoszą więc

$$\|\mathbf{i}_a\| = G_e \|\mathbf{u}\| = 190,5 \text{ A}; \quad \|\mathbf{i}_r\| = |B_e| \|\mathbf{u}\| = 0, \quad \|\mathbf{i}_u\| = A \|\mathbf{u}\| = 190,5 \text{ A}$$

zaś jego moce,

$$P = 72,6 \text{ kW}, \quad Q = 0, \quad D_u = 72,6 \text{ kVA}, \quad S = 102,7 \text{ kVA}.$$

Wartości te spełniają oczywiście równanie mocy (23).

#### 4. CZEGO NIE WIEMY O WŁAŚCIWOŚCIACH ENERGETYCZNYCH

Pomimo znaczącego postępu w wyjaśnianiu właściwości energetycznych obwodów elektrycznych, są ciągle takie zagadnienia, w których poruszamy się jeszcze po omacku. Wszystkie definicje mocy i ich równania wymagają pewnych założeń uproszczających, lub wiedzy dodatkowej niż ta, uzyskana z pomiarów na zaciskach odbiornika. Aby układ opisać za pomocą wielkości energetycznych trzeba zwykle wiedzieć, czy przyczyną na przykład asymetrii jest odbiornik, czy źródło zasilające. To samo dotyczy odkształceń, które mogą pochodzić z obu stron punktu pomiarowego. Innym zagadnieniem może być brak okresowości prądu oraz napięcia. Wartość skuteczna przebiegów, moce, pojęcie harmonicznych zakładają okresowość przebiegów. Co robić z opisem energetycznym obwodu elektrycznego wtedy, gdy przebiegi te okresu nie mają? Są to ciągle pytania oczekujące odpowiedzi.

#### 5. WNIOSKI

Energia elektryczna jest od przeszło stulecia rdzeniem współczesnej kultury technologicznej. Okazuje się jednak, że pewne podstawowe pojęcia energetyczne w obwodów elektrycznych nie są wciąż poprawnie definiowane. Ponadto, pewne właściwości energetyczne nie są interpretowane w środowisku elektrotechnicznym w sposób właściwy.

Artykuł ten ilustruje tę opinię na przykładzie pojęcia mocy biernej, mocy pozornej i równania mocy obwodów trójfazowych z przebiegami sinusoidalnymi. Znacznie więcej jest takich sytuacji wtedy, gdy przebiegi prądów i napięć są niesinusoidalne, lecz pokazanie tego nie mieści się już w ramach pojedynczego artykułu.

#### LITERATURA

- [1] Ch.P. Steinmetz, (1917), Theory and calculation of electrical apparatus, *McGraw-Hill Book Comp.*, New York.
- [2] F. Buchholz, (1922), Die Drehstromscheinleistung bei Ungleichmäßiger Belastung der drei Zweige, *Licht und Kraft*, 9-11
- [3] C.I. Budeanu, (1927), Puissances Reactives et Fictives, *Institut Romain de l'Energie*, Bucharest.
- [4] S. Fryze, (1931) "Moc rzeczywista, urojona i pozorna w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia", *Przegląd Elektrotechniczny*, z. 7, 193-203, z. 8, 225-234, 1931, (1932): z. 22, 673-676.



- [5] W. Shepherd, P. Zakikhani, (1972), Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems, *Proc. IEE*, 119, No.9, 1361-1362.
- [6] N.L. Kusters, W.J.M. Moore, (1980), On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions, *IEEE Trans. Pow. Appl. Syst.*, PAS-99, No.3, 1845-1854.
- [7] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae, (1984), Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components, *IEEE Trans. IA*, IA-20, No. 3, 625-630.
- [8] L.S. Czarnecki, (1984), Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations, *IEEE Trans. Instr. Meas.*, IM-34 No.3, 399-404.
- [9] L.S. Czarnecki, (1988), Orthogonal decomposition of the current in a three-phase non-linear asymmetrical circuit with nonsinusoidal voltage, *IEEE Trans. IM.*, IM-37, No.1, 30-34.
- [10] M. Depenbrock, (1993), The FDB-method, a generalized applicable tool for analyzing power relations, *IEEE Trans. on Power Deliv.*, 8, No.2, 381-387
- [11] L.S. Czarnecki, (1999), Energy flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality, *Archiv fur Elektrotechnik*, 82 No.4, 10-15.
- [12] E. Tedeschi, P. Tenti, (2008), Cooperative design and control of distributed harmonic and reactive compensators, International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation, ISNCC 2008, Łagów, Poland
- [13] L.S. Czarnecki, (2005), Moce w Obwodach Elektrycznych z Niesinusoidalnymi Przebiegami Prądów i Napięć, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*.
- [14] L.S. Czarnecki, (2011), Moce i kompensacja w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia, Część 4. Składowe fizyczne prądów i kompensacja odbiorników niezrównoważonych z sinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia, *On-line Journal: Automatyka, Elektryka, Zakłócenia*, [www.elektro-innowacje.pl](http://www.elektro-innowacje.pl), Vol. 1, No. 4, pp. 57-65.