



MOCE I KOMPENSACJA W OBWODACH Z ODKSZTAŁCONYMI I NIESYMETRYCZNYMI PRZEBIEGAMI PRĄDU I NAPIĘCIA

Część 2. Składowe fizyczne prądu i kompensacja reaktancyjna w obwodach jednofazowych z odbiornikami liniowymi, czasowo-niezmiennymi

prof. dr hab. inż. Leszek S. CZARNECKI

Fellow IEEE, Alfredo M. Lopez Distinguished Professor, Louisiana State University, USA, e-mail: lsczar@cox.net

s. 71 – 79

POWERS AND COMPENSATION IN CIRCUITS WITH NONSINUSOIDAL AND ASYMMETRICAL VOLTAGES AND CURRENTS

Part 2. Currents' Physical Components and reactance compensation in single-phase circuits with linear, time-invariant loads

Abstract: The electric energy in large amounts is transmitted and processed in three-phase systems. Power phenomena and compensation in such systems cannot be explained, however, before this is done for single-phase circuits. This paper presents the Currents' Physical Components (CPC) - based power theory of single-phase, time-invariant circuits. It explains the concept of the scattered current and scattered power, introduced in the CPC theory to provide interpretation of all physical phenomena in circuits supplied with a nonsinusoidal voltage.

Keywords: Currents' Physical Components, CPC theory, scattered current, compensation

Energia elektryczna w dużych ilościach przesyłana jest i przetwarzana w układach trójfazowych, ale nie da się zjawisk fizycznych i kompensacji w takich układach wyjaśnić oraz opisać bez zrobienia tego najpierw dla układów jednofazowych. Artykuł przedstawia teorię mocy Składowych Fizycznych Prądu, znaną pod angielską nazwą teorii mocy CPC (Currents' Physical Components) obwodów jednofazowych z odbiornikami liniowymi, czasowo-niezmiennymi. Artykuł przedstawia podstawy kompensacji zupełnej prądu biernego takich odbiorników a także minimalizację jego wartości skutecznej dwuelementowym kompensatorem LC.

Słowa kluczowe: Teoria Składowych Fizycznych Prądu, prąd rozrzutu, kompensacja

1. ODBIORNIKI TYPU LTI ORAZ HGL

Odbiorniki elektryczne mogą być klasyfikowane w różny sposób. Przy opisie ich właściwości energetycznych ważne jest rozróżnienie odbiorników które, zasilane napięciem sinusoidalnym, powodują odkształcenie prądu lub takiego odkształcenia nie powodują.

Odształcenie prądu w takiej sytuacji może być powodowane obecnością w odbiorniku elementów nieliniowych, takich jak cewki z rdzeniem ferromagnetycznym, diody, czy lampy wyładowcze. Odbiorniki z takimi elementami nazywane są odbiornikami nieliniowymi. Prąd odbiornika zasilanego napięciem sinusoidalnym może być jednak odkształcony także wtedy, gdy jest odbiornikiem liniowym, lecz zawiera elementy o zmiennych w czasie parametrach. W najprostszym przypadku jest to zwykle wiele lub tylko jeden przełącznik półprzewodnikowy, na przykład, tyrystor, triak lub przełącznik tranzystorowy. Aby okres zmienności prądu odbiornika był taki sam jak okres zmienności napięcia zasilania, przełączniki muszą być przełączane okresowo, z okresem zmienności napięcia zasilania. Aby odbiornik zasilany napięciem sinusoidalnym nie powodował odkształceń prądu, musi być odbiornikiem liniowym o czasowo-niezmiennych parametrach. Odbiorniki takie określane są jako odbiorniki LTI (ang.: Linear, Time-Invariant). Odbiorniki generujące harmoniczne prądu wskutek nieliniowości lub okresowej zmienności parametrów określane są jako odbiornik HGL (ang.: Harmonic Generating Loads).

2. SKŁADOWE FIZYCZNE PRĄDU ODBIORNIKÓW LTI

Załóżmy, że napięcie zasilające odbiornika $u(t)$ jest odkształcone pewną liczbą harmonicznych rzędu n ze zbioru N , oraz ma składową stałą U_0 , to jest może być przedstawione jako

$$u(t) = U_0 + \sqrt{2} \sum_{n \in N} U_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n) . \quad (1)$$

Napięcie takie może być przedstawione w postaci umożliwiającej algebraiczny opis obwodu

$$u(t) = U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} \mathbf{U}_n e^{jn\omega_1 t} , \quad (2)$$

gdzie

$$\mathbf{U}_n \stackrel{\text{def}}{=} U_n e^{j\alpha_n} , \quad (3)$$

jest [2] zespoloną wartością skuteczną (ang.: complex rms – crms value) harmonicznej napięcia rzędu n .

W podobny sposób może być przedstawiony prąd odbiornika

$$i(t) = I_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} I_n e^{jn\omega_1 t} , \quad (4)$$

gdzie

$$I_n \stackrel{\text{def}}{=} I_n e^{j\beta_n} , \quad (5)$$

jest zespoloną wartością skuteczną harmonicznej prądu rzędu n . Stosunek zespolonych wartości skutecznych harmonicznych prądu i napięcia

$$\frac{I_n}{U_n} \stackrel{\text{def}}{=} Y_n \stackrel{\text{def}}{=} G_n + jB_n , \quad (6)$$

określa admitancję odbiornika, a także jego konduktancję G_n i susceptancję B_n dla częstotliwości harmonicznej $n\omega_1$. Znając admitancję odbiornika, jego prąd może być przedstawiony w postaci

$$i(t) = G_0 U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} Y_n U_n e^{jn\omega_1 t} . \quad (7)$$

Moc czynna odbiornika

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt , \quad (8)$$

jest iloczynem skalarnym, (u, i) , definiowanym ogólnie jako

$$\frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t) dt \stackrel{\text{def}}{=} (x, y), \quad (9)$$

prądu i napięcia odbiornika. Jeśli znane są zespolone wartości skuteczne harmonicznych X_n i Y_n , harmonicznych przebiegów $x(t)$ oraz $y(t)$, wówczas iloczyn skalarny tych wielkości ma wartość

$$(x, y) = X_0 Y_0 + \operatorname{Re} \sum_{n \in N} X_n Y_n^* . \quad (10)$$

Moc czynna odbiornika może więc być wyrażona w postaci

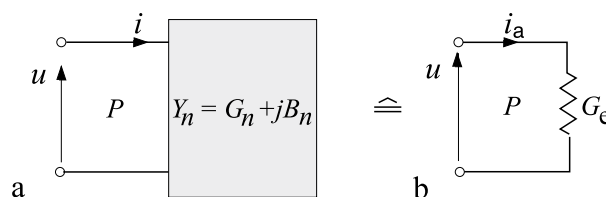
$$P = (u, i) = U_0 I_0 + \operatorname{Re} \sum_{n \in N} U_n I_n^* = G_0 U_0^2 + \operatorname{Re} \sum_{n \in N} U_n (Y_n U_n)^* = G_0 U_0^2 + \sum_{n \in N} G_n U_n^2 . \quad (11)$$

Ze względu na moc czynną P przy tym samym napięciu zasilania $u(t)$, odbiornik na rys. 1a jest równoważny odbiornikowi czysto rezystancyjnemu, pokazanemu na rys. 1b, jeśli konduktancja G_e tego odbiornika ma taką wartość, że

$$(u, i_a) = (u, G_e u) = G_e (u, u) = G_e \|u\|^2 = P , \quad (12)$$

gdzie symbol $\|u\|$ oznacza wartość skuteczną napięcia zasilania

$$\|u\| \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} = \sqrt{(u, u)} = \sqrt{U_0^2 + \sum_{n \in N} U_n^2} . \quad (13)$$



Rys. 1. Odbiornik LTI (a) i równoważny mu ze względu na moc czynną P odbiornik rezystancyjny (b)

Z wyrażenia (12) wynika, że konduktancja odbiornika rezystancyjnego, równoważnego ze względu na moc czynną P ma wartość

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2}, \quad (14)$$

i konduktancja ta określana jest jako **konduktancja równoważna** odbiornika. Prąd odbiornika równoważnego

$$i_a(t) = G_e u(t) = G_e U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} G_e U_n e^{jn\omega t}, \quad (15)$$

jest prądem czynnym odbiornika. Został on wprowadzony do elektrotechniki w teorii mocy Fryzego [1] w roku 1931, lecz określony on był w tej teorii w dziedzinie czasowej, bez użycia koncepcji harmonicznyc. Ponieważ przy napięciu $u(t)$ tylko prąd czynny jest potrzebny do trwałego przenoszenia energii ze źródła zasilania do odbiornika, pozostała część prądu odbiornika

$$i(t) - i_a(t) = (G_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} (Y_n - G_e)U_n e^{jn\omega t}, \quad (16)$$

nie uczestniczy w trwałym przenoszeniu energii. Biorąc pod uwagę wyrażenie (6), prąd ten może być rozłożony [2] na dwie składowe

$$\sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} jB_n U_n e^{jn\omega t} \stackrel{\text{def}}{=} i_r(t), \quad (17)$$

$$(G_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} (G_n - G_e)U_n e^{jn\omega t} \stackrel{\text{def}}{=} i_s(t). \quad (18)$$

Pierwszy z tych prądów $i_r(t)$ jest wynikiem przesunięcia fazowego harmonicznyc prądu względem harmonicznyc napięcia i jest **prądem biernym** odbiornika. Drugi z tych prądów $i_s(t)$ pojawia się w wyniku zmian wartości konduktancji odbiornika dla częstotliwości harmonicznyc G_n względem konduktancji równoważnej G_e . Ponieważ wartości G_n są „rozrzucone” wokół wartości G_e , dla prądu tego wprowadzono [2] nazwę **prądu rozrzutu** (ang.: *scattered current*). Tak więc, prąd odbiornika może być rozłożony na trzy składowe

$$i(t) = i_a(t) + i_s(t) + i_r(t), \quad (19)$$

Każdy z tych prądów jest wynikiem odrębnego zjawiska fizycznego. Prąd czynny jest wynikiem trwałego przekształcania energii w odbiorniku na ciepło lub pracę mechaniczną; prąd bierny jest wynikiem przesunięcia fazowego harmonicznyc prądu i napięcia; prąd rozrzutu jest wynikiem zmian konduktancji odbiornika z częstotliwością harmonicznyc. Dlatego prądy te nazwano **składowymi fizycznymi prądu** (ang.: *Currents' Physical Components, CPC*). Należy jednak podkreślić, że pomimo swej nazwy, prądy te fizycznie nie istnieją. Są one obiektami matematycznymi a nie fizycznymi, tak jak jedynie obiektami matematycznymi a nie fizycznymi są harmoniczne.

Składowe fizyczne prądu są wzajemnie ortogonalne, to znaczy ich iloczyny skalarne są równe zero, tj.

$$(i_a, i_s) = 0, \quad (i_a, i_r) = 0, \quad (i_s, i_r) = 0. \quad (20)$$

Jest to ważna cecha CPC, umożliwiającą obliczanie wartości skutecznej prądu odbiornika ze wzoru

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2, \quad (21)$$

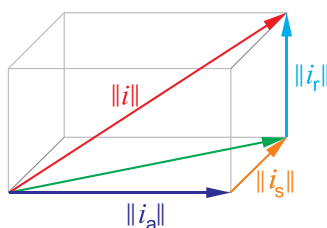
gdzie wartości skuteczne poszczególnych prądów wynoszą

$$\|i_a\| = G_e \|u\| = \frac{P}{\|u\|}, \quad (22)$$

$$\|i_s\| = \sqrt{\sum_{n \in N_0} (G_n - G_e)^2 U_n^2}, \quad (23)$$

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n \in N} B_n^2 U_n^2}. \quad (24)$$

Symbol N_0 we wzorze (23) obejmuje $n = 0$. Z równania (21) wynika, że wartości skuteczne składowych fizycznych prądu odbiorników LTI spełniają taką samą zależność jak długości boków i przekątna prostopadłościanu pokazanego na rys. 2.



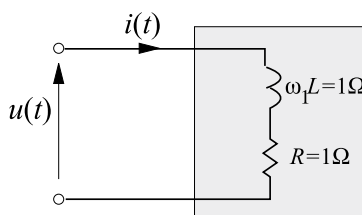
Rys. 2. Prostopadłościan wartości skutecznych składowych fizycznych prądu odbiornika LTI

Rozkład prądu odbiornika LTI na składowe fizyczne ujawnił istnienie w prądzie składowej związanej ze zmianą konduktancji odbiornika z częstotliwością, prądu rozrzutu, który nie uczestnicząc w trwałym przenoszeniu energii do odbiornika, powiększa wartość skuteczną prądu zasilania, a więc i straty energii.

Zmiana konduktancji G_n odbiornika z częstotliwością harmonicznych nie jest jakąś szczególną, rzadko spotykaną cechą odbiorników, lecz cechą szeregowych odbiorników czynno-indukcyjnych. Na przykład, konduktancja odbiornika RL pokazanego na rys. 3, o parametrach $R = 1\Omega$ and $\omega_1 L = 1\Omega$ dla częstotliwości harmonicznych $n\omega_1$ może być wyrażona w postaci

$$G_n = \operatorname{Re}\{Y_n\} = \operatorname{Re} \frac{1}{R + jn\omega_1 L} = \frac{R}{R^2 + (n\omega_1 L)^2} \quad (25)$$

zmienia się z rzędem harmonicznej, n .



Rys. 3. Odbiornik RL

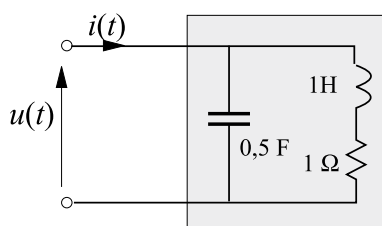
Konduktancja ta dla kilku harmonicznych najniższego rzędu ma wartość

$$G_0 = 1 \text{ S}, \quad G_1 = 0,5 \text{ S}, \quad G_2 = 0,2 \text{ S}, \quad G_3 = 0,1 \text{ S}, \quad G_4 = 0,06 \text{ S},$$

Tej cechy obwodów zwykle się nie zauważa, gdyż inżynierowie elektrycy są przyzwyczajeni do używania pojęć impedancji czy rezystancji a nie admitancji i konduktancji.

Rozkład prądu (19) na składowe fizyczne nie jest rozkładem przybliżonym, lecz ścisłym. Jeśli tylko odbiornik jest odbiornikiem liniowym, czasowo-niezmienniczym, LTI, to rozkład ten jest poprawny, niezależnie od poziomu odkształcenia napięcia. Ilustruje to następujący przykład.

Przykład 1. Odbiornik RL pokazany na rys. 4 jest skompensowany pojemnościowo dla harmonicznej podstawowej.



Rys. 4. Odbiornik RL skompensowany pojemnościowo dla harmonicznej podstawowej

Przyjmijmy, że odbiornik ten jest zasilany mocno odkształconym napięciem

$$u = 50 + \sqrt{2} \operatorname{Re}\{100e^{j\omega_1 t} + 20e^{j5\omega_1 t}\} \text{ V}, \quad \omega_1 = 1 \text{ rad/s}, \quad \|u\| = 113,58 \text{ V}.$$

Admitancja tego odbiornika dla harmonicznego napięcia wynosi

$$Y_0 = 1 \text{ S}, \quad Y_I = 0,5 \text{ S}, \quad Y_S = 0,04 + j2,31 \text{ S},$$

a zatem prąd zasilania ma przebieg

$$i(t) = G_0 U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} Y_n U_n e^{jn\omega t} = 50 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ 50 e^{j\omega t} + 46,2 e^{j89^\circ} e^{j5\omega t} \} \text{ A},$$

i wartość skuteczną

$$\|i\| = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_5^2} = \sqrt{50^2 + 50^2 + 46,2^2} = 84,47 \text{ A},$$

Ponieważ moc czynna odbiornika ma wartość

$$P = \sum_{n \in 0,1,5} G_n U_n^2 = 7,516 \text{ kW},$$

zatem jego konduktancja równoważna wynosi

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = \frac{7516}{113,58^2} = 0,5826 \text{ S},$$

Wartości skuteczne składowych fizycznych prądu wynoszą, odpowiednio

$$\|i_a\| = G_a \|u\| = 66,17 \text{ A},$$

$$\|i_s\| = \sqrt{\sum_{n \in 0,1,5} (G_n - G_e)^2 U_n^2} = 24,93 \text{ A},$$

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n \in 1,5} B_n^2 U_n^2} = 46,2 \text{ A},$$

i wartość skuteczną prądu obliczona z wartości skutecznych poszczególnych składowych fizycznych

$$\|i\| = \sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2} = \sqrt{66,17^2 + 24,93^2 + 46,2^2} = 84,47 \text{ A},$$

jest równa wartości skutecznej obliczonej z wartości skutecznych składowych harmonicznego prądu.

Równanie mocy odbiorników LTI. Mnożąc kwadrat wartości skutecznej prądu odbiornika przez kwadrat wartości skutecznej napięcia zasilania

$$(\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2) \times \|u\|^2,$$

otrzymuje się równanie mocy odbiorników LTI z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia

$$S^2 = P^2 + D_s^2 + Q^2, \quad (26)$$

w którym poszczególne moce zdefiniowane są jak następuje

$$S \stackrel{\text{def}}{=} \|u\| \|i\|, \quad P \stackrel{\text{def}}{=} \|u\| \|i_a\|, \quad D_s \stackrel{\text{def}}{=} \|u\| \|i_s\|, \quad Q \stackrel{\text{def}}{=} \|u\| \|i_r\|. \quad (27)$$

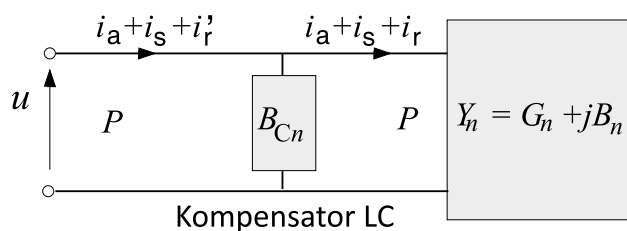
W równaniu mocy (26) pojawia się nieznaną dotąd moc, D_s , nazwana [2] mocą rozrzutu (ang.: *scattered power*). Jest ona wynikiem obecności w prądzie odbiornika prądu rozrzutu, $i_s(t)$. Należy tu zwrócić uwagę czytelnika na fakt, że wszystkie te moce są iloczynami wartości skutecznej napięcia i wartości skutecznej poszczególnych składowych fizycznych, zatem moce te mają wartość dodatnią, a zatem, podobnie jak moc pozorna S , nie spełniają zasady bilansu.

Kompensacja reaktancyjna odbiorników LTI. Współczynnik mocy odbiornika jest definiowany jako stosunek mocy czynnej do mocy pozornej odbiornika i może być wyrażony poprzez wartości skuteczne składowych fizycznych, mianowicie

$$\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P}{S} = \frac{\|i_a\|}{\sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2}}, \quad (28)$$

tak więc, jest on mniejszy od jedności nie tylko z powodu obecności prądu biernego, jak ma to miejsce w obwodach z przebiegami sinusoidalnymi, lecz także z powodu obecności prądu rozrzutu.

Równoległy kompensator reaktancyjny jest to urządzenie, zbudowane z kondensatorów i cewek indukcyjnych, włączone na zaciski odbiornika, tak jak to jest pokazane na rys. 5.



Rys. 5. Odbiornik LTI z równoległym kompensatorem reaktancyjnym

Jeżeli przyjmie się, dla uproszczenia, że elementy kompensatora są bezstratne, to nie obciąża on źródła zasilania mocą czynną, a ponadto, jego konduktancja dla częstotliwości harmonicznych ma wartość zerową. Jeśli odbiornik taki zasilany jest z dostatecznie silnego źródła, to kompensator nie zmienia napięcia na zaciskach odbiornika, nie zmienia mocy czynnej P , nie zmienia konduktancji równoważnej G_e ani konduktancji dla częstotliwości harmonicznych G_n obserwowanej z zacisków źródła. Przy takich założeniach, prąd czynny oraz prąd rozrzutu pozostają niezmiennie. Zmienia się tylko prąd bierny źródła. Ma on przebieg

$$i_r'(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} j(B_{Cn} + B_n) U_n e^{jn\omega_1 t} \quad (29)$$

i wartość skuteczną

$$\|i_r'\| = \sqrt{\sum_{n \in N} (B_{Cn} + B_n)^2 U_n^2} \quad (30)$$

W szczególności, jeśli dla każdej harmonicznej o rzędzie n ze zbioru N , susceptancja kompensatora ma wartość

$$B_{Cn} = -B_n \quad (31)$$

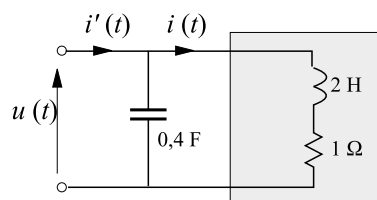
to kompensator taki redukuje całkowicie prąd bierny odbiornika i powiększa współczynnik mocy do wartości

$$\lambda_{\max} = \frac{\|i_a\|}{\sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_s\|^2}} \quad (32)$$

Jest to najwyższa wartość współczynnika mocy jaką można osiągnąć równoległe włączonym kompensatorem reaktancyjnym.

Przykład 2. Aby porównać kompensację zupełną prądu biernego z kompensacją pojemnościową, rozpatrzmy odbiornik RL pokazany na rys. 6 z kondensatorem kompensującym moc bierną harmonicznej podstawowej, przy założeniu, że napięcie zasilania ma przebieg

$$u = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{220 e^{j\omega_1 t} + 10 e^{j5\omega_1 t}\} \text{ V}, \quad \omega_1 = 1 \text{ rad/s}, \quad \|u\| = 220,23 \text{ V}.$$



Rys. 6. Odbiornik RL z kompensatorem pojemnościowym

Ponieważ admitancja odbiornika dla harmonicznej podstawowej i harmonicznej 5-tego rzędu jest równa, odpowiednio:

$$Y_1 = G_1 + jB_1 = \frac{1}{1 + j2} = 0,20 - j0,40 = 0,45 e^{-j63,4^\circ} \text{ S},$$

$$Y_5 = G_5 + jB_5 = \frac{1}{1 + j10} = 0,01 - j0,10 = 0,10 e^{-j84,3^\circ} \text{ S},$$

zatem prąd odbiornika ma przebieg

$$i = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{98,39 e^{-j63,4^\circ} e^{j\omega t} + 1,0 e^{-j84,3^\circ} e^{j5\omega t}\} \text{ A}, \quad \|i\| = 98,40 \text{ A}.$$

Ponieważ moc czynna odbiornika ma wartość

$$P = \sum_{n=1,5} G_n U_n^2 = 0,20 \times 220^2 + 0,01 \times 10^2 = 9681 \text{ W},$$

zatem współczynnik mocy wynosi $\lambda = 0,45$. Kondensator włączony na zaciski odbiornika może współczynnik mocy podwyższyć. Jeśli pojemność kondensatora obliczona jest tak, jak się to czyni w układach z napięciami sinusoidalnymi, to dla pełnej kompensacji mocy bierniej kondensator powinien mieć pojemność $C = 0,4 \text{ F}$.

Zmienia on admitancję widzianą przez źródło zasilania do wartości:

$$Y_1' = j\omega_1 C + Y_1 = 0,20 \text{ S},$$

$$Y_5' = j5\omega_1 C + Y_5 = j2,0 + (0,01 - j0,10) = 1,90 e^{j89,7^\circ} \text{ S}.$$

Prąd zasilania po kompensacji ma więc przebieg

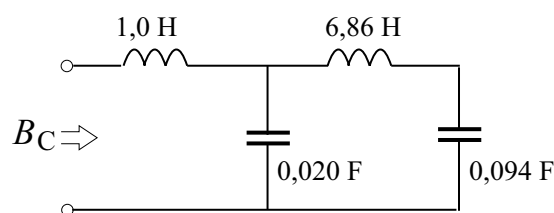
$$i' = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{44,0 e^{j\omega t} + 19,0 e^{j89,7^\circ} e^{j5\omega t}\} \text{ A}, \quad \|i'\| = 47,93 \text{ A}.$$

Współczynnik mocy osiąga wartość $\lambda' = 0,92$, lecz jego poprawie towarzyszy silne odkształcenie prądu zasilającego.

Kompensacja pełna prądu biernego odbiornika przedstawionego na rys. 6 wymaga kompensatora, który dla częstotliwości podstawowej i częstotliwości 5-tej harmonicznej miałby, zgodnie z warunkiem (31), susceptancję

$$B_{C1} = 0,40 \text{ S}, \quad B_{C5} = 0,10 \text{ S},$$

Warunek ten spełnia [3] kompensator reaktancyjny pokazany na rys. 7.



Rys. 7. Struktura i parametry kompensatora reaktancyjnego

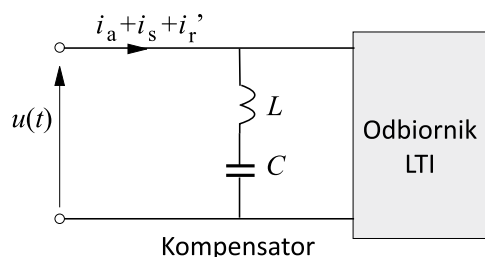
Prąd zasilania po kompensacji ma przebieg

$$i' = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{44,0 e^{j\omega t} + 0,1 e^{j5\omega t}\} \text{ A}, \quad \|i'\| = 44,0 \text{ A},$$

zaś współczynnik mocy $\lambda' = 0,999$. Jest on jednak wciąż mniejszy od jedności, gdyż w prądzie zasilania pozostaje nieskompensowany prąd rozrzutu odbiornika.

Minimalizacja prądu biernego. Przedstawiony powyżej przykład pokazuje, że pełna kompensacja prądu biernego odbiornika LTI zasilanego napięciem odkształconym jest możliwa, ale też pokazuje, jak złożony może być potrzebny do tego kompensator reaktancyjny. Przykład ten również unaocznia jak bardzo kompensator czysto pojemnościowy może odkształcać prąd zasilania.

Kompensator reaktancyjny mniej złożony od takiego, który całkowicie kompensuje prąd bierny, może ten prąd co najwyżej redukować. Jeśli odrzucimy kompensator czysto pojemnościowy, to najprostszym kompensatorem reaktancyjnym jest kompensator LC pokazany na rys. 8.



Rys. 8. Odbiornik LTI z równoległym kompensatorem LC

Kompensator taki zmienia wartość skuteczną prądu biernego źródła do wartości

$$\|i_i\| = \sqrt{\sum_{n \in N} (B_n + \frac{n\omega_1 C}{1 - n^2 \omega_1^2 LC})^2 U_n^2} . \quad (33)$$

Prąd bierny ma minimalną [4] wartość skuteczną przy pojemności $C = C_{opt}$, spełniającej warunek

$$\sum_{n \in N} \frac{nB_n U_n^2}{(1 - n^2 \omega_1^2 LC_{opt})^2} + \sum_{n \in N} \frac{n^2 \omega_1 C_{opt} U_n^2}{(1 - n^2 \omega_1^2 LC_{opt})^3} = 0 . \quad (34)$$

Pojemność optymalna w wyrażeniu (34) występuje w postaci uwikłanej. Może być ona znaleziona jako granica ciągu

$$C_1, C_2, C_3, \dots, C_i, C_{i+1}, \dots,$$

gdzie kolejne wyrazy można obliczyć [4] z wyrażenia

$$C_{i+1} = - \frac{\sum_{n \in N} \frac{nB_n U_n^2}{(1 - n^2 \omega_1^2 LC_i)^2}}{\omega_1 \sum_{n \in N} \frac{n^2 U_n^2}{(1 - n^2 \omega_1^2 LC_i)^3}} , \quad (35)$$

zwykle szybko zbieżnego do pojemności optymalnej. Jako wartość C_1 w tym ciągu można przyjąć pojemność potrzebną do zupełnej kompensacji mocy biernej w warunkach sinusoidalnych, Q_1 , mianowicie

$$C_1 = \frac{C_0}{1 + \omega_1^2 LC_0} , \quad (36)$$

gdzie C_0 jest pojemnością przy kompensacji czysto pojemnościowej

$$C_0 = \frac{Q_1}{\omega_1 U_1^2} , \quad (37)$$

Iteracyjny proces obliczania pojemności optymalnej jest zwykle zbieżny do wartości bliskiej pojemności C_1 , zatem w pobliżu częstotliwości

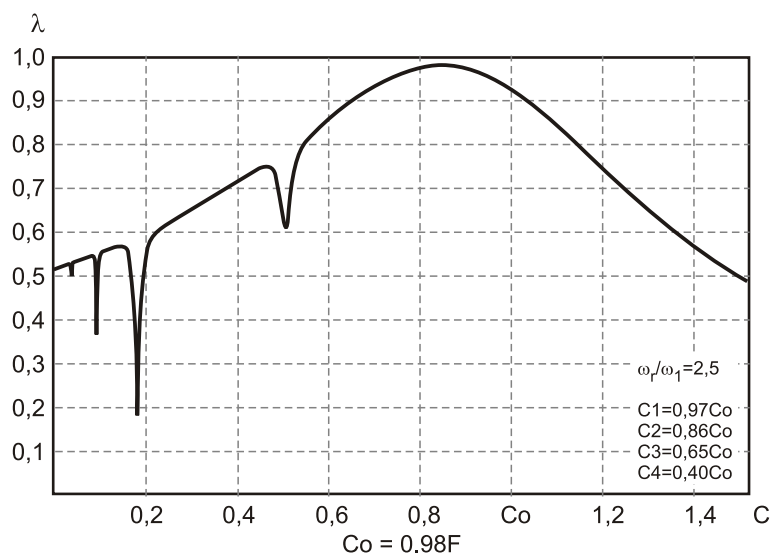
$$\frac{1}{\sqrt{LC_1}} = \omega_r , \quad (38)$$

wystąpi rezonans szeregowy w gałęzi LC, w otoczeniu którego impedancja kompensatora maleje i zatem, jeśli w pobliżu tej częstotliwości pojawia się harmoniczna w napięciu zasilania, może ona mieć w prądzie zasilania dużą wartość. Dlatego, indukcyjność L należy dobierać tak, aby częstotliwość rezonansowa ω_r była znacznie niższa niż częstotliwość piątej a nawet trzeciej harmonicznej, $5 \omega_1$ a nawet $3 \omega_1$. Jeśli się tę częstotliwość wybierze, to

$$C_1 = C_0 \left[1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_r} \right)^2 \right] . \quad (39)$$

Przykład 3. Odbiornik zasilany napięciem o wartości skutecznej $E_1 = 230$ V ma moc czynną $P = 50$ kW i współczynnik mocy $\lambda = 0,5$. Źródło zasilania ma moc zwarciovą 1MVA; stosunek reaktancji źródła X_s do jego rezystancji R_s jest równy $X_s / R_s = 3$. Napięcie zasilania odkształcone jest harmonicznymi rzędu $n = 3, 5, 7, 11$, przy czym, $E_3 = 1\%$, $E_5 = 5\%$, $E_7 = 2\%$ oraz $E_{11} = 1\%$ wartości skutecznej harmonicznej podstawowej, E_1 .

Przy częstotliwości znormalizowanej do $\omega_1 = 1$ rad/s, pojemność $C_0 = 0,98$ F. Przyjmując $\omega_r = 2,5 \omega_1$, ze wzoru (39) otrzymuje się $C_1 = 0,840 C_0$, zaś proces iteracyjny (35) w trzech krokach jest zbieżny do $C_{opt} = 0,843 C_0$. Tak więc, praktycznie można go pominąć i przyjąć, $C_{opt} = C_1$, szczególnie, że w otoczeniu pojemności optymalnej współczynnik mocy λ , jak to widać na rys. 9, zmienia się tylko nieznacznie.



Rys. 9. Zależność współczynnika mocy od pojemności kompensującej w przykładzie 3.

3. PODSUMOWANIE

Teoria mocy składowych fizycznych prądu wyjaśnia zjawiska energetyczne w jednofazowych obwodach z odbiornikami LTI i tworzy podstawy reaktancyjnej kompensacji takich obwodów. Ujawnia ona wpływ zmian konduktancji odbiornika z częstotliwością harmonicznych na współczynnik mocy obwodu i wprowadza dwie nowe wielkości energetyczne: prąd rozrzutu i moc rozrzutu. Teoria ta pokazuje, że odbiorniki LTI nie mogą być kompensowane kompensatorami reaktancyjnymi do współczynnika mocy $\lambda = 1$, gdyż prąd rozrzutu nie jest kompensowalny. Teoria mocy CPC tworzy podstawy zupełnej kompensacji prądu biernego oraz minimalizacji jego wartości skutecznej kompensatorami LC.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Fryze, S.: (1931) Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny, z.7, 193-203, z.8, 225-234, (1932), z.22, 673-676.
- [2] Czarnecki, L.S.: (1984) Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations, IEEE Trans. Instr. Meas., IM-34 No. 3, 399-404.
- [3] Czarnecki, L.S.: (2005) Moce w Obwodach Elektrycznych z Niesinusoidalnymi Przebiegami Prądów i Napięć, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- [4] Czarnecki, L.S.: (1987) Minimization of reactive power in nonsinusoidal situation, IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-36, No. 1, pp. 18-22.



TO MIEJSCE CZEKA NA REKLAMĘ TWOJEJ FIRMY