



Moce i kompensacja w obwodach z odkształconymi i niesymetrycznymi przebiegami prądu i napięcia

Część 9. Błędne interpretacje właściwości energetycznych obwodów elektrycznych

prof. dr hab. inż. Leszek S. CZARNECKI

Fellow IEEE, Alfredo M. Lopez Distinguished Professor, Louisiana State University, USA,
e-mail: lsczar@cox.net

s. 6 - 17

DOI: 10.17274/AEZ.2015.21.01

Power and Compensation in Systems with Nonsinusoidal Voltages and Currents

Part 9. Misinterpretations of Power Properties of Electrical Circuits

Abstract: Explanation and description of power properties of electrical circuits is one of the most controversial issues of electrical engineering with rich literature and large number of "schools" of the power theory. During over century-long studies on these properties a number of misconceptions and erroneous definitions have been accumulated in electrical engineering community. This paper compiles and discusses main misinterpretations and erroneous definitions of power quantities disseminated in this community.

Streszczenie: Wyjaśnienie i opis właściwości energetycznych obwodów elektrycznych jest jednym z najbardziej kontrowersyjnych zagadnień elektrotechniki, o bogatej literaturze i wielu „szkołach” teorii mocy. W ciągu stuletnich badań nad tymi właściwościami, nagromadziła się w elektrotechnice znaczna liczba błędów interpretacyjnych oraz mylnych definicji mocy. Niniejszy artykuł jest przeglądem, rozpowszechnionych w środowisku elektrotechnicznym, niepoprawnych interpretacji właściwości energetycznych obwodów elektrycznych.

Keywords: misinterpretations of power, nonsinusoidal voltages and currents

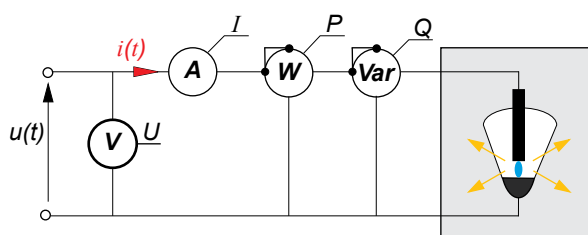
Słowa kluczowe: niepoprawne interpretacje mocy, odkształcone przebiegi prądu i napięcia

1. WPROWADZENIE

Pojęcia mocy czynnej P , mocy biernej Q i mocy pozornej S oraz wiążące te moce równanie

$$S^2 = P^2 + Q^2, \quad (1)$$

pojawili się w elektrotechnice w ostatnich dziesięcioleciach XIX wieku. Równanie to zostało zakwestionowane w 1892 roku przez Steinmetz'a [1], który pokazał, że w obwodzie z lampą łukową (rys. 1).



Rys. 1. Eksperyment Steinmetz'a
Fig. 1. Steinmetz' experiment

moc pozorna S jest większa od mocy czynnej P , przy zerowej mocy biernej Q , zatem równanie mocy (1) nie jest prawdziwe. W istocie, eksperyment Steinmetz'a pokazuje, że moce odbiornika spełniają nierówność:

$$S^2 \geq P^2 + Q^2. \quad (2)$$

Obserwacja Steinmetz'a była ważna z poznawczego i z ekonomicznego punktu widzenia. Stawiała pytanie: **Dlaczego moc pozorna S źródła zasilającego odbiornik może być większa od jego mocy czynnej P ?** Kontekst tego pytania jest ściśle ekonomiczny: – koszt produkcji energii elektrycznej to jest koszt paliw i generacji oraz przesyłu, wliczając w to koszt urządzeń przesyłowych, koszt strat oraz koszty operacyjne systemu związane są z mocą pozorną S , natomiast dla odbiorcy znaczenie ma tylko koszt energii otrzymanej, związany z mocą czynną P odbiornika.

Dlatego nierówność:

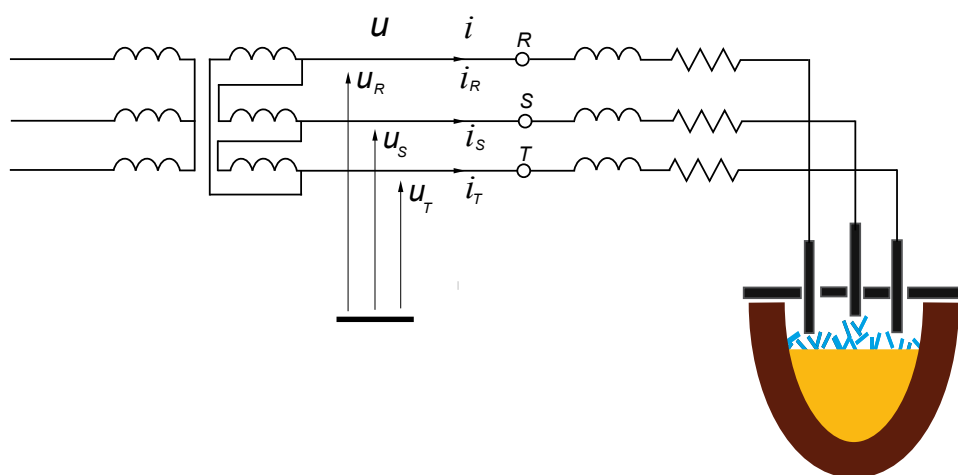
$$S \geq P \quad (3)$$

ma znaczenie podstawowe dla rozliczeń finansowych między dostawcą energii elektrycznej a jej odbiorcą. Kontekst obserwacji Steinmetz'a ma też ważny składnik poznawczy. Stawia pytanie: – **Jakie zjawiska fizyczne w odbiorniku, bądź jego cechy strukturalne, powiększają moc pozorną S ponad moc czynną P ?** Ciężar tych pytań rośnie z ilością energii przesyłanej w systemie i dotyczy przede wszystkim układów trójfazowych, w których na skutek odkształceń prądu i napięcia lub ich asymetrii moc pozorna S może być większa od mocy czynnej P , nawet wtedy gdy moc bierna Q jest równa zeru.

Obserwacja Steinmetz'a miała początkowo, ze względu na małe moce lamp łukowych, znaczenie raczej akademickie, niż techniczne. Obecnie dotyczy ona jednych z największych współcześnie odbiorników energii elektrycznej, mianowicie pieców łukowych prądu zmiennego. Moc jednostkowa takiego pieca (rys. 2), może sięgać 300 MVA. Jest to moc porównywalna z mocą półmilionowego miasta. Roczny pobór energii może być rzędu 1000 GWh [18] a jej koszt rzędu 100 milionów dolarów.

Aby zwiększyć stabilność łuków, elektrody zasilają się poprzez cewki indukcyjne, które redukują współczynnik mocy λ do poziomu w przybliżeniu 0,7; prądy zasilania mogą być mocno odkształcone, a gdy któryś z łuków się nie zapali – także

mocno asymetryczne. Biorąc pod uwagę ilość przesyłanej do pieca energii i koszty jej przesyłu, różnica między mocą pozorną S a mocą czynną P nie ma znaczenia już tylko akademickiego. Możliwość zmniejszenia tej różnicy poprzez kompensację ma olbrzymie konsekwencje ekonomiczne.



Rys. 2. Struktura zasilania pieca łukowego prądu zmiennego

Fig. 2. Structure of AC arc furnace supply

Pozornie łatwe pytanie postawione przez Steinmetz'a okazało się być jednym z najtrudniejszych do odpowiedzi pytań elektrotechniki XX wieku. Liczbę publikacji poświęconych temu zagadnieniu, określanemu ogólnie terminem „teorii mocy”, wprowadzonym do elektrotechniki w 1931 roku przez prof. Fryzego, [4], można szacować obecnie na co najmniej tysiąc i liczba ta ciągle rośnie. Próby znalezienia odpowiedzi dały początek wielu „szkołom” teorii mocy. Wiąże się je zwykle z nazwiskami naukowców, którzy w pewien, właściwy dla takiej szkoły, sposób wyjaśniali obserwację Steinmetz'a. Tak powstały teorie mocy Budeanu (1927) [3], Fryzego (1931) [4], Shepherd'a i Zakikhani'-ego (1972) [5], Kusters'-a i Moore'a (1980) [6], Akagi'-ego i Nabae'a (1984) [7], Czarneckiego (1984) [11, 8-9], Depenbrock'a (1993) [10], czy Tenti'-ego (2008) [12]. Każda z tych teorii wyjaśnia właściwości energetyczne obwodów elektrycznych i definiuje pewne moce w sposób odmienny. Więcej szczegółów można znaleźć w pracach [13–15].

Każda z tych teorii zbliżała nas w jakiś sposób do poprawnej odpowiedzi na postawione pytania, pewne odpowiedzi okazały się jednak błędne. Niestety, zanim ich niesłuszność została ujawniona, rozpowszechniły się one w elektrotechnice. Błędy te stały się trwałym składnikiem kursów uniwersyteckich, podręczników a nawet standardów. Niniejszy artykuł zestawia różne mylne poglądy pojawiające się w środowisku elektrotechnicznym na temat właściwości energetycznych obwodów elektrycznych oraz omawia niektóre błędne definicje mocy.

Jakkolwiek omawiane poniżej błędy dotyczą interpretacji fizycznej zjawisk energetycznych w obwodach elektrycznych, a więc funkcjonują na poziomie poznawczym, nie są bez wpływu na sposób rozwiązywania pewnych zagadnień technicznych, głównie sposobu poprawy współczynnika mocy na drodze kompensacji. Poprawność rozwiązań technicznych jest związana z właściwą interpretacją zjawisk fizycznych w obwodzie.

2. BŁĘDY INTERPRETACYJNE DOTYCZĄCE MOCY BIERNEJ

Błędne interpretacje właściwości energetycznych obwodów pojawiają się już na bardzo niskim poziomie, mianowicie na poziomie obwodów jednofazowych, i to nawet z sinusoidalnym napięciem zasilania. Dotyczą one interpretacji zjawisk fizycznych związanych z mocami. Jedną z nich jest moc bierna Q . Istnieje w elektrotechnice przekonanie, że moc ta pojawia się w obwodzie z powodu oscylacji energii między odbiornikiem, mającym zdolność jej gromadzenia, a źródłem zasilania. Rzeczywiście, w obwodzie stacjonarnym z odbiornikiem liniowym, który ma elementy reaktancyjne LC , takie oscylacje energii mogą istnieć. Mianowicie, jeśli taki odbiornik zasilany jest napięciem sinusoidalnym

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos \omega t ,$$

a jego prąd ma przebieg:

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi) ,$$

to moc chwilowa odbiornika, czyli prędkość przepływu energii $W(t)$ między źródłem zasilania a odbiornikiem

$$p(t) \stackrel{\text{df}}{=} \frac{dW(t)}{dt} = u(t)i(t) = P(1 + \cos 2\omega t) + Q \sin 2\omega t , \quad (4)$$

ma składową oscylacyjną o amplitudzie równej mocy biernej odbiornika Q . To zjawisko, obserwowane w stacjonarnych obwodach liniowych, zapoczątkowało interpretację fizyczną, wiążącą moc bierną Q z oscylacją energii i niezbędną do tego zdolnością odbiornika do jej gromadzenia w polach elektrycznych i magnetycznych elementów reaktancyjnych. Ta interpretacja rozpowszechniła się w elektrotechnice i tak tłumaczy się niekiedy sens fizyczny mocy biernej.

Termin „moc bierna” nie jest jednak jednoznaczny. Różne wielkości mogą być uznawane za moc bierną w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia. Jedna z bardziej rozpowszechnionych definicji tej mocy, wprowadzona do elektrotechniki przez Budeanu [3] w 1927 roku, ma postać:

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin \varphi_n , \quad (5)$$

gdzie U_n , I_n oraz φ_n są, odpowiednio, wartościami skutecznymi harmonicznymi n -tego rzędu napięcia i prądu oraz ich przesunięcia fazowego. Moc ta jest interpretowana jako pewna miara wpływu oscylacji energii między źródłem a odbiornikiem na moc pozorną odbiornika S , gdyż według Budeanu równanie mocy odbiornika ma postać

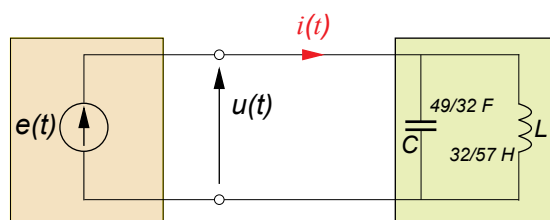
$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 . \quad (6)$$

W równaniu tym symbol D oznacza moc odkształcenia. Interpretacja ta jest jednak błędna. Aby to pokazać, rozpatrzmy obwód pokazany na rysunku 3, zasilany napięciem:

$$u(t) = \sqrt{2} (100 \sin \omega_1 t + 25 \sin 3\omega_1 t) \text{ V}, \quad \omega_1 = 1 \text{ rad/sec} .$$

Odbiornik ten ma dla harmonicznej podstawowej admitancję $Y_1 = -j 1/4 \text{ S}$, zaś dla harmonicznej 3-ciego rzędu admitancję $Y_3 = -j 4 \text{ S}$. Zatem prąd odbiornika ma przebieg

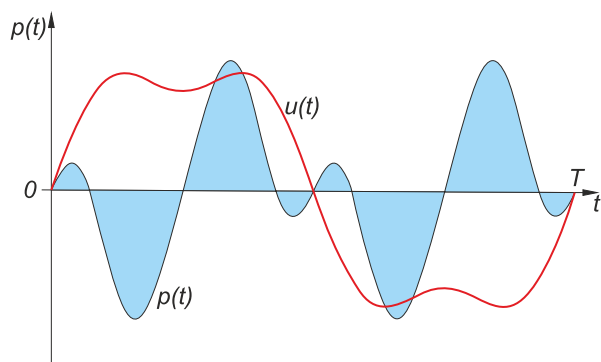
$$i(t) = \sqrt{2} [25 \sin(\omega_1 t - \pi/2) + 100 \sin(3\omega_1 t + \pi/2)] \text{ A} .$$



Rys. 3. Obwód o zerowej mocy biernej (wg. definicji Budeanu)

Fig. 3. Circuit with zero reactive power (according to Budeanu's definition)

Moc chwilowa odbiornika $p(t) = u(t) i(t)$ (jak to pokazuje rysunek 4), ma wartości dodatnie jak i ujemne, zatem energia w tym obwodzie oscyluje między źródłem zasilania i odbiornikiem.



Rys. 4. Przebieg mocy chwilowej (obszar niebieski) w obwodzie przedstawionym na rysunku 3

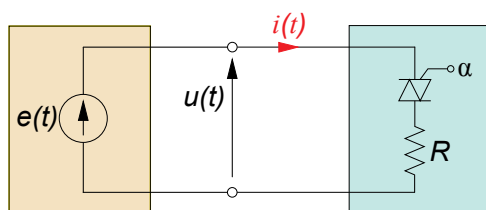
Fig. 4. Instantaneous power time variance (blue area) in the circuit shown in Fig. 3

Pomimo oscylacji energii, moc bierna zdefiniowana wzorem (5) ma wartość zerową, gdyż

$$Q = 100 \times 25 \sin(90^\circ) + 25 \times 100 \sin(-90^\circ) = 0,$$

nie ma więc związku między tak zdefiniowaną mocą bierną a oscylacją energii. Oscylacji energii nie towarzyszy moc bierna.

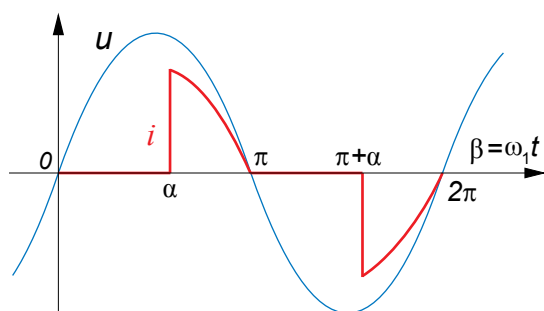
Może być też odwrotnie. Moc bierna Q może istnieć w obwodzie, w którym nie ma oscylacji energii, gdyż odbiornik nie ma zdolności jej akumulacji. Ilustruje to obwód rezystancyjny z triakiem (rys. 5).



Rys. 5. Czysto rezystancyjny obwód z triakiem

Fig. 5. Purely resistive circuit with TRIAC

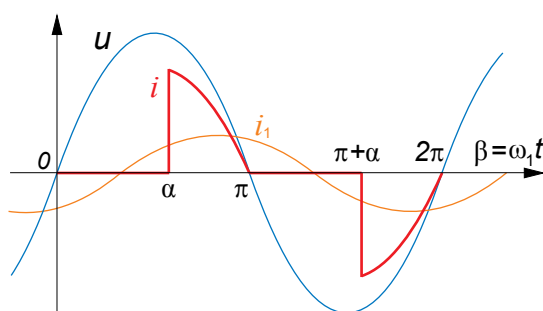
Przyjmując, że odbiornik zasilany jest napięciem sinusoidalnym a impedancja źródła ma wartość zerową, to prąd odbiornika ma przebieg pokazany na rysunku 6. Odbiornik taki nie akumuluje energii. Nie ma też żadnych oscylacji energii elektrycznej, gdyż moc chwilowa odbiornika $p(t) = u(t) i(t)$, jest stale nieujemna.



Rys. 6. Przebieg prądu w obwodzie rezystancyjnym z triakiem

Fig. 6. Current waveform in the circuit with TRIAC

Taki czysto rezystancyjny odbiornik ma jednak moc bierną Q , gdyż harmoniczna podstawowa prądu $i_1(t)$ jest przesunięta względem napięcia zasilania. To wzajemne przesunięcie fazowe ilustruje rysunek 7.



Rys. 7. Przesunięcie harmonicznej podstawowej prądu względem napięcia zasilania

Fig. 7. Phase-shift of the current fundamental harmonic with respect to the supply voltage

W szczególności jeśli napięcie zasilania ma przebieg:

$$u = 220\sqrt{2} \sin \omega t \text{ V},$$

to przy parametrach obwodu takich jak na rysunku 5 i kącie zapłonu $\alpha = 135^\circ$, harmoniczna podstawowa prądu ma przebieg

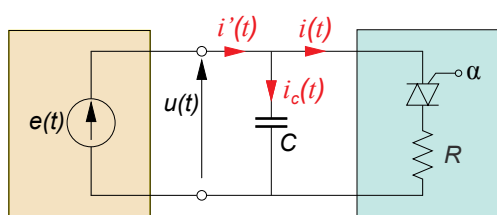
$$i_1(t) = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) = 40,32 \sqrt{2} \sin(\omega t - 60,28^\circ) \text{ A},$$

a zatem

$$Q = U I_1 \sin \varphi_1 = 7,7 \text{ kVar}.$$

Obwód ten pokazuje, że akumulacja energii w odbiorniku lub jej oscylacja nie są potrzebne do istnienia mocy biernej Q . Jest ona skutkiem przesunięcia fazowego prądu względem napięcia. Przesunięcie fazowe może być powodowane oscylacją energii, a także okresową zmianą parametrów obwodu.

Warto zwrócić uwagę na to, że moc bierna w takim, czysto rezystancyjnym obwodzie z triakiem może być kompensowana kondensatorem włączonym na zaciski odbiornika, tak jak jest to pokazane na rysunku 8.



Rys. 8. Obwód z triakiem i kompensatorem mocy biernej Q

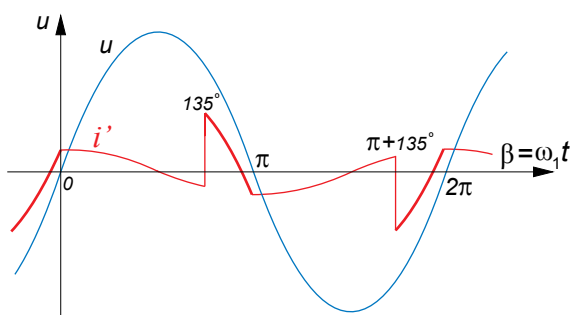
Fig. 8. Circuit with TRIAC and compensator of reactive power Q

Jeśli susceptancja takiego kondensatora ma wartość:

$$\omega C = \frac{Q}{U} = \frac{7,7 \times 10^3}{220} = 385,0 \text{ S},$$

to redukuje on wartość skuteczną harmonicznej podstawowej prądu z wartości 40,32 A do 20 A, poprawiając w ten sposób współczynnik mocy λ źródła zasilającego.

Przebieg prądu źródła po kompensacji mocy biernej Q pokazano na rysunku 9.

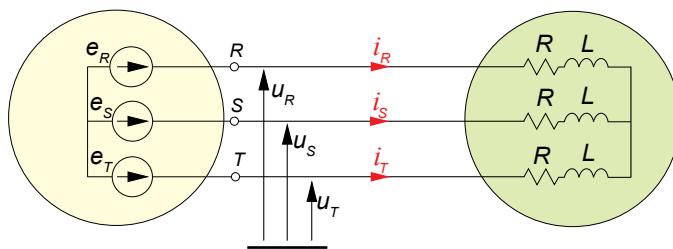


Rys. 9. Przebieg prądu źródła w obwodzie rezystancyjnym z triakiem po kompensacji mocy biernej Q

Fig. 9. Supply current waveform in the circuit with TRIAC after reactive power Q compensation

W środowisku elektrotechnicznym spotyka się pogląd, że to oscylacje energii powodują obniżenie współczynnika mocy. Przebiegi na rysunku 9 pokazują, że może być wręcz odwrotnie. Istnieją takie przedziały czasu, w których napięcie i prąd źródła mają wzajemnie przeciwne znaki, a więc moc chwilowa ma wartość ujemną, czyli energia przepływa do źródła. Poprawie współczynnika mocy towarzyszy więc pojawienie się, a nie zmniejszenie oscylacji energii między skompensowanym odbiornikiem a źródłem.

Błędna interpretacja mocy biernej Q , jako skutek oscylacji energii między źródłem i odbiornikiem jest szczególnie widoczna w układach trójfazowych z sinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia. Jest tak dlatego, że w układach zrównoważonych, **to jest o symetrycznych prądach i napięciach**, nie ma żadnych oscylacji energii, niezależnie od wartości mocy biernej. Moc chwilowa $p(t)$ w takich warunkach ma wartość stałą. Można to łatwo sprawdzić obliczając przebieg tej mocy w obwodzie pokazanym na rysunku 10.

Rys. 10. Obwód trójfazowy z symetrycznym odbiornikiem RL Fig. 10. Three-phase circuit with balanced RL load

Jeśli przyjmujemy, że napięcia zasilania jest sinusoidalne i symetryczne, o przebiegu na zacisku fazy R :

$$u_R(t) = \sqrt{2} U \cos \omega t,$$

to prąd fazy R ma w takim przypadku przebieg

$$i_R(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi),$$

zatem moc bierna odbiornika ma wartość

$$Q = 3UI \sin \varphi. \quad (7)$$

Moc chwilowa $p(t)$, czyli prędkość przepływu energii $W(t)$ do odbiornika ma przebieg

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{dW(t)}{dt} = u_R(t)i_R(t) + u_S(t)i_S(t) + u_T(t)i_T(t) = \\ &= 2UI [\cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) + \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3})] = 3UI \cos \varphi = P' \end{aligned} \quad (8)$$

jest stała i nie ma żadnego związku z mocą bierną odbiornika.

Spotyka się niekiedy opinię, że moc chwilowa odbiornika $p(t)$ jest jedyną wielkością energetyczną w obwodach elektrycznych mającą interpretację fizyczną, a zatem tylko na niej powinna być oparta teoria mocy. Opinia taka jest błędna, gdyż jak pokazała powyższa analiza, moc chwilowa w obwodzie trójfazowym nie dostarcza żadnej informacji o mocy biernej odbiornika.

Innym spotykanym błędnym wyjaśnieniem obecności mocy biernej Q w obwodzie trójfazowym jest akumulacja energii w odbiorniku. W przypadku zrównoważonego odbiornika RL , pokazanego na rysunku 10, energia pola magnetycznego:

$$\begin{aligned} W(t) &= W_R(t) + W_S(t) + W_T(t) = \frac{1}{2} L [i_R^2(t) + i_S^2(t) + i_T^2(t)] = \\ &= \frac{1}{2} L 2 I^2 [\cos^2(\omega t - \varphi) + \cos^2(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \cos^2(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3})] = \\ &= L I^2 [\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega t - \varphi) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3})] = \frac{3}{2} L I^2 = \text{const.} \end{aligned} \quad (9)$$

Energia zgromadzona w polu magnetycznym odbiornika ma wartość stałą. Jest ona dostarczona do odbiornika po jego włączeniu do źródła zasilania, a więc w stanie przejściowym, zaś w stanie ustalonym energia ta pozostaje niezmienna. Nie ma dalszego przepływu energii ze źródła zasilania, co ma odbicie w fakcie, że moc chwilowa odbiornika $p(t)$ ma wartość stałą.

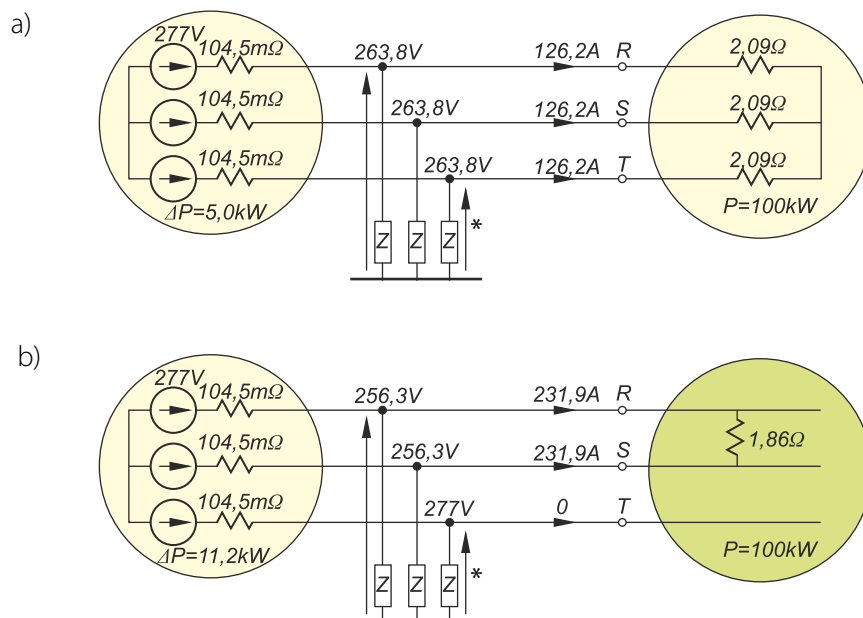
3. BŁĘDY DOTYCZĄCE WSPÓŁCZYNNIKA MOCY W OBWODACH TRÓJFAZOWYCH

Jednym z najpoważniejszych, rozpowszechnionych w środowisku elektrotechnicznym mylnych poglądów, mogących mieć poważne konsekwencje ekonomiczne, jest taki, że pełna kompensacja mocy biernej Q pozwala zwiększać współczynnik mocy λ do jedności. Pogląd ten jest skutkiem funkcjonującej w elektrotechnice i popartej standardami błędnej definicji mocy pozornej S układów trójfazowych. Dotyczy to nawet obwodów z sinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia. Mianowicie, przyjmuje się często, że moc pozorna S odbiornika trójfazowego zdefiniowana jest wzorem

$$S \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (10)$$

Moc ta nazywana jest geometryczną mocą pozorną. Przy takiej definicji mocy pozornej S , pełna kompensacja mocy biernej Q zmniejsza moc pozorną S do wartości mocy czynnej P , a więc zwiększa współczynnik mocy, $\lambda = P/S$, do jedności. Wniosek ten jest błędny, gdyż, jak to pokazano w [11], niewłaściwa jest definicja (10) mocy pozornej S .

Jest ona poprawna tylko wtedy, gdy odbiornik jest symetrycznie obciążony, to znaczy, gdy z symetrii napięcia zasilania wynika symetria prądów odbiornika. W istocie, nie tylko obecność mocy biernej Q , lecz także asymetria prądów zasilania obniża współczynnik mocy λ . Widać to z porównania mocy czynnej ΔP na rezystancji wewnętrznej źródła zasilającego, z tą samą mocą czynną P – odbiornik symetrycznie obciążony (rys. 11a) oraz odbiornik asymetrycznie obciążony (rys. 11b).

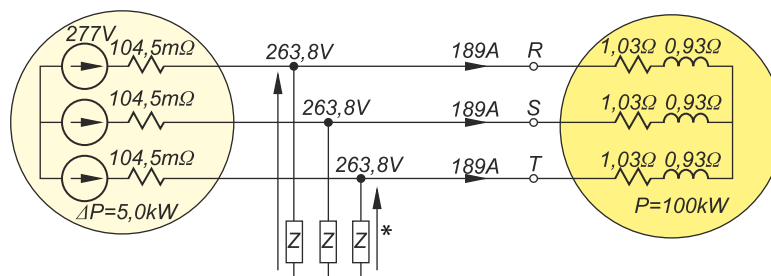


Rys. 11. Obwód z odbiornikiem: a) symetrycznie obciążonym, b) asymetrycznie obciążonym o identycznej mocy czynnej P i geometrycznej mocy pozornej S , lecz różnych mocach strat w źródle.

Fig. 11. Circuit: a) with balanced load and b) with unbalanced load with the same active power P and geometrical apparent power S , but different loss of power in the supply source

Moc strat w źródle w obwodzie z odbiornikiem symetrycznym $\Delta P = 5,0$ kW, zaś w obwodzie z odbiornikiem niesymetrycznym $\Delta P = 11,2$ kW. Moc pozorna S , zdefiniowana wzorem (10), ma w obu przypadkach taką samą wartość, $S = 100$ kVA. Moc strat w źródle zasilającym odbiornik asymetryczny jest jednak przeszło dwukrotnie wyższa niż w przypadku zasilania odbiornika symetrycznego. Nie można więc uznać, że współczynnik mocy λ odbiornika asymetrycznego jest równy jedności.

Odbiornik asymetryczny (rys. 11b) jest równoważny odbiornikowi symetrycznemu RL o parametrach podanych na rysunku 12 – ze względu na straty energii w źródle zasilania.



Rys. 12. Obwód z odbiornikiem symetrycznym RL , równoważny ze względu na straty energii w źródle, obwodowi z asymetrycznym odbiornikiem rezystancyjnym na rysunku 11 b

Fig. 12. Circuit with balanced RL load equivalent with respect to power loss in the supply source to unbalanced resistive load in Fig. 11 b

Współczynnik mocy takiego zrównoważonego odbiornika RL wynosi $\lambda = 0,67$. Ponieważ odbiorniki na rysunku 12 oraz 11b powodują takie same straty energii w źródle, mają więc taki sam współczynnik mocy λ .

*impedancje „z” tworzą sztuczne zero dla pomiarów napięć fazowych.

Niestety, wartości współczynnika mocy $\lambda = 0,67$ nie otrzymuje się obliczając moc pozorną z definicji (10), to jest z definicji geometrycznej, ani z definicji:

$$S \stackrel{\text{df}}{=} U_R I_R + U_S I_S + U_T I_T, \quad (11)$$

zwanej arytmetyczną mocą pozorną.

$$\text{Moc tę należy obliczać z definicji: } S = \sqrt{U_R^2 + U_S^2 + U_T^2} \sqrt{I_R^2 + I_S^2 + I_T^2}, \quad (12)$$

zaproponowanej w 1922 przez Buchholz'a [2].

Przy takiej definicji mocy pozornej – moc pozorna odbiornika na rysunku 11b wynosi $S = 149,6$ kVA. Ponieważ jego moc czynna $P = 100$ kW, zaś moc bierna $Q = 0$, zatem powszechnie używane równanie mocy obwodów trójfazowych

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (13)$$

nie jest spełnione. Równanie to jest błędne. W przypadku gdy prądy i napięcia są sinusoidalne, jest ono poprawne tylko wtedy, gdy odbiornik jest symetryczny. Wtedy, gdy w systemie rozdzielczym dominują odbiorniki trójfazowe, jak ma to miejsce w zakładach przemysłowych z dużą liczbą silników trójfazowych, asymetria faz może być pomijalnie mała i równanie (10) może dość dokładnie opisywać relacje między mocami. Natomiast wtedy, gdy fazy obciążone są indywidualnie, głównie zespołami odbiorników jednofazowych, jak ma to miejsce w osiedlach mieszkaniowych, budynkach biurowych czy handlowych, asymetryczne obciążenie faz może być znaczące. To samo dotyczy systemów trakcyjnych czy obwodów zasilania pieców łukowych. Wówczas, nawet wtedy, gdy prądy i napięcia są sinusoidalne, równanie mocy ma postać

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D_u^2, \quad (14)$$

gdzie D_u jest mocą niezrównoważenia odbiornika. Moc ta pojawia się dlatego, że kwadrat trójfazowej wartości skutecznej prądu zasilania

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{I_R^2 + I_S^2 + I_T^2}$$

odbiornika niesymetrycznego jest większy od sumy kwadratów trójfazowych wartości skutecznych prądu czynnego i prądu biernego, równych, odpowiednio

$$\|\mathbf{i}_a\| = \frac{P}{\|\mathbf{u}\|}, \quad \|\mathbf{i}_r\| = \frac{|Q|}{\|\mathbf{u}\|}, \quad (15)$$

gdzie

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{U_R^2 + U_S^2 + U_T^2} \quad (16)$$

jest trójfazową wartością skuteczną napięcia zasilania. Różnica, w kwadracie, tych prądów

$$\|\mathbf{i}_u\| = \sqrt{\|\mathbf{i}\|^2 - (\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_r\|^2)} \quad (17)$$

jest trójfazową wartością skuteczną prądu niezrównoważenia odbiornika. Iloczyn:

$$\|\mathbf{i}_u\| \times \|\mathbf{u}\| \stackrel{\text{df}}{=} D_u \quad (18)$$

definiuje moc niezrównoważenia odbiornika. W przypadku odbiornika pokazanego na rysunku 11b mamy:

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{256,3^2 + 256,3^2 + 277,0^2} = 456,2 \text{ V}$$

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{231,9^2 + 231,9^2} = 328,0 \text{ A}$$

$$\|\mathbf{i}_a\| = \frac{P}{\|\mathbf{u}\|} = \frac{100 \times 10^3}{456,2} = 219,2 \text{ A}, \quad \|\mathbf{i}_r\| = \frac{|Q|}{\|\mathbf{u}\|} = 0$$

$$\|\mathbf{i}_u\| = \sqrt{328,0^2 - 219,2^2} = 244,0 \text{ A}$$

zatem moc niezrównoważenia ma wartość:

$$D_u = \|\mathbf{i}_u\| \times \|\mathbf{u}\| = 244,0 \times 456,2 = 111,3 \text{ kVA}$$

Tak więc, moc niezrównoważenia jest większa od mocy czynnej odbiornika.

4. BŁĘDY TEORII CHWILOWEJ MOCY BIERNEJ $p-q$

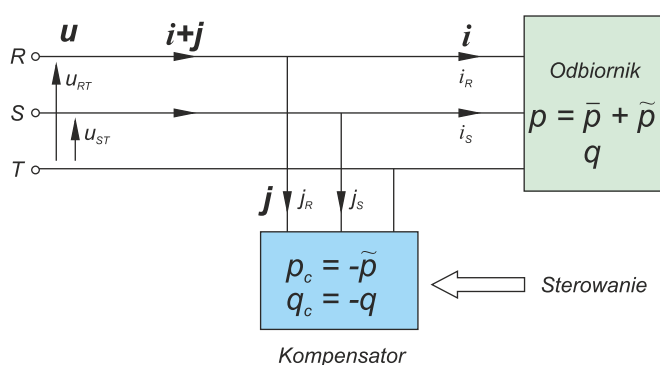
Jedną z bardziej rozpowszechnionych teorii mocy, służącą jako podstawa sterowania kompensatorów kluczących jest Teoria Chwilowej Mocy Biernej (TCMB) $p-q$. Teoria ta oparta jest na dwóch mocach chwilowych, oznaczanych symbolami p i q . Moc p , jakkolwiek definiowana jest w TCMB $p-q$ w odmienny sposób i nazywana jest odmiennie, mianowicie, „chwilową mocą czynną”, jest niczym innym jak tylko dobrze znaną w elektrotechnice mocą chwilową $p(t)$, to jest prędkością przepływu energii między źródłem zasilania a odbiornikiem. W obwodach trójfazowych:

$$p(t) \stackrel{\text{df}}{=} \frac{dW(t)}{dt} = u_R(t)i_R(t) + u_S(t)i_S(t) + u_T(t)i_T(t) . \quad (19)$$

Według TCMB $p-q$ chwilowa moc czynna p ma składową stałą $\bar{p}$ i składową oscylacyjną $\tilde{p}$, mianowicie:

$$p = \bar{p} + \tilde{p} \quad (20)$$

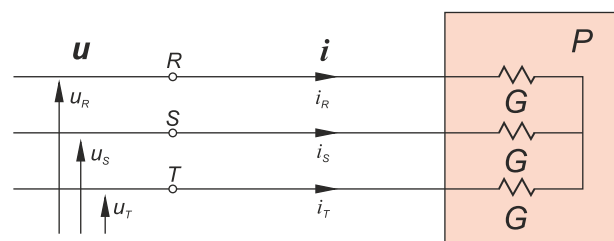
i celem kompensacji jest eliminacja, obok chwilowej mocy biernej q , składowej oscylacyjnej chwilowej mocy czynnej $\tilde{p}$. Oznacza to, że kompensator ma być tak sterowany, aby obciążał źródło ujemną chwilową mocą bierną $-q$ oraz ujemną składową oscylacyjną chwilowej mocy czynnej $\tilde{p}$, tak jak to ilustruje rysunek 13.



Rys. 13. Odbiornik z kompensatorem

Fig. 13. Load with a compensator

Oznacza to, że według TCMB $p-q$, skompensowany odbiornik ma obciążać źródło wyłącznie składową stałą chwilowej mocy czynnej $\tilde{p}$. Jest to niestety błędna ocena właściwości energetycznych obwodów trójfazowych, prowadząca do błędnej kompensacji. Aby to pokazać, obliczmy moc chwilową zrównoważonego, czysto rezystancyjnego odbiornika pokazanego na rysunku 14, zasilanego napięciem symetrycznym, lecz odkształconym 5. harmoniczną. Jest to odbiornik o współczynniku mocy $\lambda = 1$, a więc z punktu widzenia dostawy energii najlepszy.



Rys. 14. Symetryczny, czysto rezystancyjny odbiornik trójfazowy

Fig. 14. Balanced, purely resistive, three-phase load

Przy oznaczeniach:

$$\mathbf{u} \stackrel{\text{df}}{=} \begin{bmatrix} u_R(t) \\ u_S(t) \\ u_T(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i} \stackrel{\text{df}}{=} \begin{bmatrix} i_R(t) \\ i_S(t) \\ i_T(t) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

moc chwilowa odbiornika może być przedstawiona w postaci:

$$p(t) = u_R(t)i_R(t) + u_S(t)i_S(t) + u_T(t)i_T(t) = \mathbf{u}^T \mathbf{i} = \mathbf{u}^T \mathbf{G} \mathbf{u} . \quad (22)$$

Napięcie odkształcone 5. harmoniczną, przy założeniu, że na zacisku R napięcie ma przebieg:

$$u_R = \sqrt{2}(U_1 \sin \omega_1 t + U_5 \sin 5\omega_1 t) , \quad (23)$$

można przedstawić w postaci wektora:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_R(t) \\ u_S(t) \\ u_T(t) \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} U_1 \sin \omega_1 t \\ U_1 \sin(\omega_1 t - 2\pi/3) \\ U_1 \sin(\omega_1 t + 2\pi/3) \end{bmatrix} + \sqrt{2} \begin{bmatrix} U_5 \sin 5\omega_1 t \\ U_5 \sin(5\omega_1 t + 2\pi/3) \\ U_5 \sin(5\omega_1 t - 2\pi/3) \end{bmatrix} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_5 . \quad (24)$$

Przy takich oznaczeniach, moc chwilowa ma przebieg:

$$p = \mathbf{u}^T G \mathbf{u} = G[\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_5]^T [\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_5] = G \mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_1 + G \mathbf{u}_5^T \mathbf{u}_5 + G(\mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_5 + \mathbf{u}_5^T \mathbf{u}_1). \quad (25)$$

Pierwsze dwa wyrazy są równe, odpowiednio:

$$G \mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_1 = G(U_{R1}^2 + U_{S1}^2 + U_{T1}^2) = P_1, \quad (26)$$

$$G \mathbf{u}_5^T \mathbf{u}_5 = G(U_{R5}^2 + U_{S5}^2 + U_{T5}^2) = P_5, \quad (27)$$

natomiast wyraz ostatni

$$\begin{aligned} G(\mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_5 + \mathbf{u}_5^T \mathbf{u}_1) &= G[u_{1R} u_{5R} + u_{1S} u_{5S} + u_{1T} u_{5T}] + G[u_{5R} u_{1R} + u_{5S} u_{1S} + u_{5T} u_{1T}] = \\ &= 2G[u_{1R} u_{5R} + u_{1S} u_{5S} + u_{1T} u_{5T}] = \\ &= 4GU_1 U_5 [\cos \omega_1 t \times \cos 5\omega_1 t + \cos(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}) \times \cos(5\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}) + \cos(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}) \times \cos(5\omega_1 t - \frac{2\pi}{3})] = \\ &= 6GU_1 U_5 \cos 6\omega_1 t. \end{aligned} \quad (28)$$

Tak więc, moc chwilowa idealnego odbiornika trójfazowego, w warunkach zasilania napięciem zawierającym harmoniczną piątego rzędu

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = P_1 + P_5 + 6GU_1 U_5 \cos 6\omega_1, \quad (29)$$

ma składową oscylacyjną. Składową tą można skompensować, lecz prąd kompensujący $\mathbf{j}$ zmniejszy współczynnik mocy poniżej jedności. Ponadto, jak to zostało pokazane w [16], prąd kompensujący jest odkształcony. Tak więc, błędna ocena właściwości energetycznych obwodu może prowadzić do błędnej kompensacji. Rozpatrywany powyżej odbiornik, pomimo tego, że jego moc chwilowa ma składową oscylacyjną, żadnej kompensacji nie wymaga. Podobny wynik otrzymuje się, jak to pokazano w artykule [17], wtedy, gdy zrównoważony odbiornik czysto rezystancyjny, a więc o współczynniku mocy $\lambda = 1$, zasilany jest napięciem asymetrycznym. Moc chwilowa ma wówczas również składową oscylacyjną. Jej kompensacja, jak to sugeruje TCMB p - q powoduje obniżenie współczynnika mocy a ponadto, jego odkształcenie.

5. WNIOSKI

Energia elektryczna jest od przeszło stulecia rdzeniem współczesnej technologii. Okazuje się jednak, że pewne podstawowe pojęcia energetyczne w obwodach elektrycznych wciąż nie są definiowane poprawnie. Ponadto, pewne właściwości energetyczne nie są interpretowane w środowisku elektrotechnicznym w sposób właściwy. Artykuł pokazuje kilka, rozpowszechnionych w elektrotechnice, błędnych interpretacji właściwości energetycznych obwodów elektrycznych. Dotyczą one nawet tak podstawowych wielkości energetycznych jakimi są moc bierna i moc pozorna w obwodach trójfazowych. Niestety, lista błędnych interpretacji właściwości energetycznych jest znacznie dłuższa, niż można tego było pokazać w ramach pojedynczego artykułu. Znacznie więcej jest takich sytuacji wtedy, gdy przebiegi prądów i napięć są niesinusoidalne bądź niesymetryczne. Błędy te mogą wpływać, jak to pokazano w tym artykule, na poprawność rozwiązań pewnych problemów technicznych, związanych głównie z poprawą współczynnika mocy.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Ch.P. Steinmetz: Theory and calculation of electrical apparatus, McGraw-Hill Book Comp., New York, 1917
- [2] F. Buchholz: Die Drehstromscheinleistung bei Ungleichmäßiger Belastung der drei Zweige, *Licht und Kraft*, pp. 9-11, 1922
- [3] C.I. Budeanu: Puissances Reactives et Fictives, *Institut Romain de l'Energie*, Bucharest. 1927
- [4] S. Fryze: Moc rzeczywista, urojona i pozorna w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia, *Przegląd Elektrotechniczny*, z. 7, pp. 193-203, z. 8, pp. 225-234, 1931, (1932): z. 22, pp. 673-676, 1931
- [5] W. Shepherd, P. Zakikhani: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems, *Proc. IEE*, 119, No. 9, pp. 1361-1362, 1972
- [6] N.L. Kusters, W.J.M. Moore: On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions, *IEEE Trans. Pow. Appl. Syst.*, PAS-99, No.3, pp. 1845-1854, 1980
- [7] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae: Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components, *IEEE Trans. IA*, IA-20, No. 3, pp. 625-630, 1984
- [8] L.S. Czarnecki: Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations", *IEEE Trans. Instr. Meas.*, IM-34 No.3, pp. 399-404, 1984

- [9] L.S. Czarnecki: Orthogonal decomposition of the current in a three-phase non-linear asymmetrical circuit with nonsinusoidal voltage, *IEEE Trans. IM.*, IM-37, No.1, pp. 30-34, 1988
- [10] M. Depenbrock: The FDB-method, a generalized applicable tool for analyzing power relations, *IEEE Trans. on Power Delivery*, 8, No.2, pp. 381-387, 1993
- [11] L.S. Czarnecki: Energy flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality, *Archiv fur Elektrotechnik*, 82 No.4, pp. 10-15, 1999
- [12] E. Tedeschi, P. Tenti: Cooperative design and control of distributed harmonic and reactive compensators, Proc. of International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation, *ISNCC 2008*, Łagów, Poland, 2008
- [13] L.S. Czarnecki: Moce w Obwodach Elektrycznych z Niesinusoidalnymi Przebiegami Prądów i Napięć, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*, 2005
- [14] L.S. Czarnecki: Moce i kompensacja w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia, Część 4. Składowe fizyczne prądów i kompensacja odbiorników niezrównoważonych z sinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia, *Czasopismo on-line: Automatyka, Elektryka, Zakłócenia*, Vol. 1, No. 4, pp. 57-65, 2011, www.elektro-innowacje.pl.
- [15] L.S. Czarnecki: Moce i kompensacja w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia, Część 7. Strategie sterowania kompensatorów kluczujących, *Czasopismo on-line: Automatyka, Elektryka, Zakłócenia*, V. 4, No. 2, pp. 44-54, 2014, www.elektro-innowacje.pl.
- [16] L.S. Czarnecki: Effect of supply voltage harmonics on IRP-based switching compensator control, *IEEE Trans. on Power Electronics*, Vol. 24, No. 2, pp. 483-488, 2009
- [17] L.S. Czarnecki: Effect of supply voltage asymmetry on IRP p-q - based switching compensator control, *IET Proc. on Power Electronics*, Vol. 3, No. 1, pp. 11-17, 2010
- [18] A.A. Nikolayev, G.P. Kornilov, T.R. Khrushin, I. Akay, Y. Gok: Application of static Var compensation of ultra-high power electric arc furnace for voltage drop compensation in factory power supply system of metallurgic enterprise, 2014 *Electric Power Energy Conf.*, DOI 10.1109/EPEC.2014.18, pp. 235-241., 2014

otrzymano / received: 8.08.2015 przyjęto do publikacji / accepted: 30.09.2015

ZAMÓW PRENUMERATĘ I CZYTAJ!

MIESIĘCZNIK STOWARZYSZENIA ELEKTRYKÓW POLSKICH



**INFORMACJE O NORMACH
I PRZEPISACH
ELEKTRYCZNYCH**

ODZNACZONY m.in. ŻŁOTĄ ODZNAKĄ HONOROWĄ SEP
Założony w 1994 r. przez Zarząd Główny SEP

DODATEK DO MIESIĘCZNIKA „INPE” SEP



**PODREČNIK
DLA ELEKTRYKÓW**
ZESZYTY MONOTEMATYCZNE

ODZNACZONY m.in. ŻŁOTĄ ODZNAKĄ HONOROWĄ SEP
Ukazuje się w cyklu 2- lub 3-miesięcznym

- Zadbaj o poziom swej wiedzy technicznej
- Zatrzymaj jej deprecjację wobec postępu technicznego i zmian przepisów

Redakcja i Wydawca: SEP – COSiW Zakład Wydawniczy INPE
ul. Czapliniecka 44, 97-400 Bełchatów, tel./fax 44 633 33 55
e-mail: redinpe@neostrada.pl

Adres dla korespondencji: ul. Kalinowa 5, 97-400 Bełchatów, fax 44 635 02 02

www.redinpe.com

Coroczne ogólnopolskie spotkanie o charakterze szkoleniowym

AUTOMATYKA, ELEKTRYKA, ZAKŁÓCENIA

Konferencja naukowo-techniczna



- UZIOMY FUNDAMENTOWE I PARAFUNDAMENTOWE - dr inż. Edward Musiał
- MAGAZYNOWANIE ENERGII - dr hab. inż. Piotr Tomczyk
- SMART GRID - INFRASTRUKTURA PRZEBUDOWY ENERGETYKI WEK
W ENERGETYKĘ PROSUMENCKĄ OZE/URE - prof. dr hab. inż. Jan Popczyk

Stowarzyszenie Elektryków Polskich Oddział Gdańsk

sfederowane w Pomorskiej FSNT NOT w Gdańsku



Oferujemy:

szkolenia podnoszące kwalifikacje
egzamin na uprawnienia "E" i "D"
rekomendacje i ekspertyzy

Ponadto:

organizujemy targi i konferencje

SEP Oddział Gdańsk
ul. Rajska 6 p. 325
80-950 Gdańsk

www.sep.gda.pl
tel./fax. 58 301 49 24
e-mail: sep@sep.gda.pl

Miejsce na Twoją reklamę