



prof. dr hab. inż. Leszek S. CZARNECKI

Life Fellow IEEE, Alfredo M. Lopez Distinguished Professor, Louisiana State University, USA,

e-mail: lsczar@cox.net

s. 20–29

DOI: 10.17274/AEZ.2024.58.02

Czy moc bierna jest wielkością fizyczną?

Is Reactive Power a Physical Quantity?

Abstract: Reactive power is regarded in the power engineering community as a physical quantity, the article shows, however, that there is no physical phenomenon in electrical circuits that might be described in terms of reactive power. This power satisfies the Power Balance Principle, but this cannot bolster the opinion that it is a physical quantity because this Principle for reactive power cannot be derived from the Energy Conservation Principle but from the Tellegen Theorem which is only a mathematical not physical property of electrical circuits. The article shows that the meaning of reactive power Q is similar to the meaning of apparent power, which is just an arbitrary quantity characterizing supply sources, it is only a product of rms values of the load voltage and reactive current. Reactive power Q is a product of rms values of the load voltage and reactive current, on the condition, however, that this current correctly defined.

Streszczenie: Moc bierna Q odbiorników elektrycznych jest w środowisku inżynierów uważana zwykle za wielkość fizyczną. Artykuł ten pokazuje jednak, że nie istnieje w obwodach elektrycznych żadne zjawisko fizyczne, które można by było wyjaśnić i opisać z pomocą mocy biernej. Moc ta spełnia zasadę bilansu mocy, lecz ta cecha nie wzmacnia opinii o fizycznym charakterze tej mocy, gdyż zasady tej dla mocy biernej Q nie da się wyprowadzić, tak jak dla mocy czynnej P , z zasady zachowania energii. Można ją wyprowadzić z twierdzenia Tellegena, które jednak nie opisuje fizycznej właściwości obwodów elektrycznych lecz tylko ich pewne właściwości matematyczne. Artykuł ten pokazuje, że natura mocy biernej Q jest podobna do natury mocy pozornej S , która nie jest wielkością fizyczną, lecz pewną umowną wielkością charakteryzującą źródła zasilania, mianowicie jest iloczynem wartości skutecznej napięcia zasilania i wartości skutecznej prądu zasilania. Moc bierna Q jest iloczynem wartości skutecznej napięcia zasilania i wartości skutecznej prądu biernego odbiornika, pod warunkiem jednak, że prąd ten jest poprawnie zdefiniowany.

Keywords: reactive power, definition, mathematical property

Słowa kluczowe: moc bierna, definicje, właściwości matematyczne

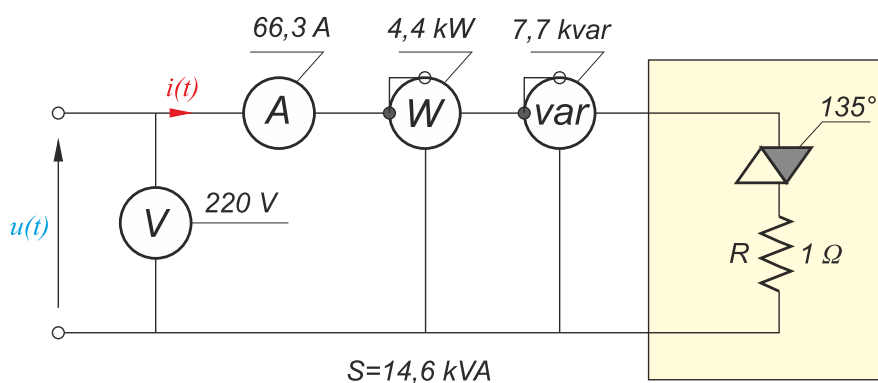
1. WSTĘP

Po mocy czynnej P moc bierna Q jest drugą z najważniejszych mocy odbiorników w systemach energetycznych. Jej wartość jest niezbędna przy projektowaniu czy rozbudowie systemów, ocenie współczynnika mocy odbiorników energetycznych czy przy projektowaniu kompensatorów poprawiających ten współczynnik. Jest też przedmiotem pomiarów za pomocą mierników analogowych lub cyfrowych lub jej wartość jest przewidywana w procesie modelowania systemów.

Interpretacja fizyczna tej mocy w środowisku inżynierskim oparta jest na nauczaniu podstaw elektrotechniki i energetyki na wydziałach elektrycznych politechnik. Autorowi tego artykułu bardziej znane jest nauczanie tych przedmiotów w Stanach Zjednoczonych niż w Polsce, ale z dyskusji na licznych seminariach w Polsce może wnioskować, że nauczanie to odnośnie do interpretacji mocy biernej nie jest odmienne. A w Stanach Zjednoczonych, w podręczniku uniwersyteckim [1] poświęconym obwodom elektrycznym, czytamy: "**Moc bierna reprezentuje oscylacyjną wymianę energii**", (ang. *Reactive power represents an oscillatory energy exchange...*), w podręczniku [2] zaś, poświęconym podstawom energetyki: „**Moc bierna Q jest, z definicji, równa szczytowej wartości składowej mocy, który wędruje w lini tam i z powrotem**”. Tak więc oba wyjaśnienia tłumaczą istnienie mocy biernej Q odbiornika istnieniem zjawiska oscylacji energii elektrycznej między źródłem zasilania a odbiornikiem, i rzeczywiście, w obwodzie jednofazowym z sinusoidalnym przebiegiem prądu i napięcia i odbiornikiem czynno-reakcyjnym taki oscylacyjny

przepływ energii istnieje. To wyjaśnienie sugeruje też, że odbiornik energii o niezerowej mocy biernej Q musi mieć zdolność gromadzenia energii niezbędnej do tego, aby przepływ energii mógł być oscylacyjny, to jest aby mogła ona przepływać nie tylko ze źródła zasilania do odbiornika, lecz także w przeciwną stronę, z odbiornika do źródła.

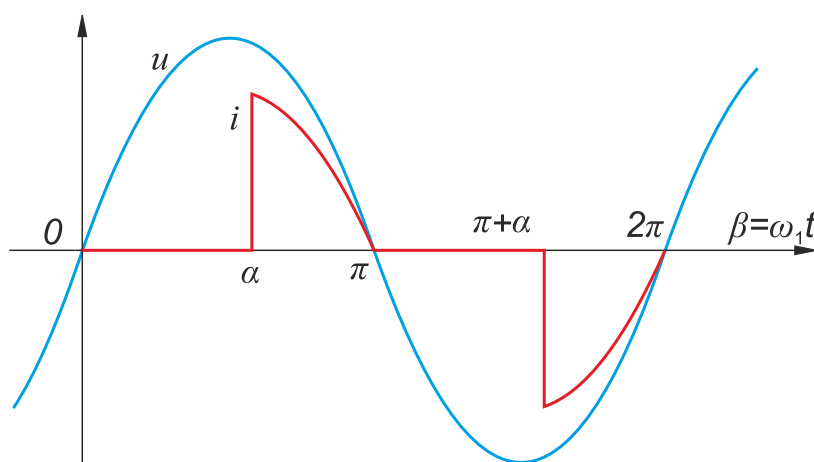
Niestety, interpretacja wiążąca moc bierną Q z oscylacjami energii i zdolnością odbiornika do jej gromadzenia jest błędna. Aby dojść do takiego wniosku wystarczy przeanalizować przepływ energii w prostym obwodzie, pokazanym na rysunku 1 składającym się z szeregowo połączonych, rezystora i TRIAC-a, włączanego przy pewnym kącie zapłonu α , mierników wartości skutecznej napięcia U i prądu I oraz mierników mocy czynnej P i biernej Q . Przy sinusoidalnym napięciu zasilania, o wartości skutecznej $U = 220$ V, kącie zapłonu $\alpha = 135^\circ$ oraz rezystancji $R = 1 \Omega$, miernik mocy biernej wskazuje wartość $Q = 7,7$ kvar.



Rys. 1. Obwód rezystancyjny z TRIAC-iem

Fig. 1. Resistive circuit with a TRIAC

Prąd takiego odbiornika, przy pewnej wartości kąta zapłonu α , ma przebieg przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Przebieg prądu w obwodzie z TRIAC-iem

Fig. 2. Current waveform in a circuit containing a TRIAC

Ponieważ prąd w takim obwodzie nie może mieć znaku przeciwnego niż napięcie zasilania, energia może przepływać wyłącznie ze źródła zasilania do odbiornika. Ponadto nie mogą wystąpić w takim obwodzie oscylacje energii, gdyż odbiornik nie ma możliwości jej gromadzenia. Pomimo tego odbiornik taki może mieć niezerową moc bierną Q , którą można zmierzyć powszechnie używanym w laboratoriach waromierzem. Warto przy okazji zauważyć, że wyniki pomiarów w tym obwodzie nie spełniają powszechnie używanego równania mocy

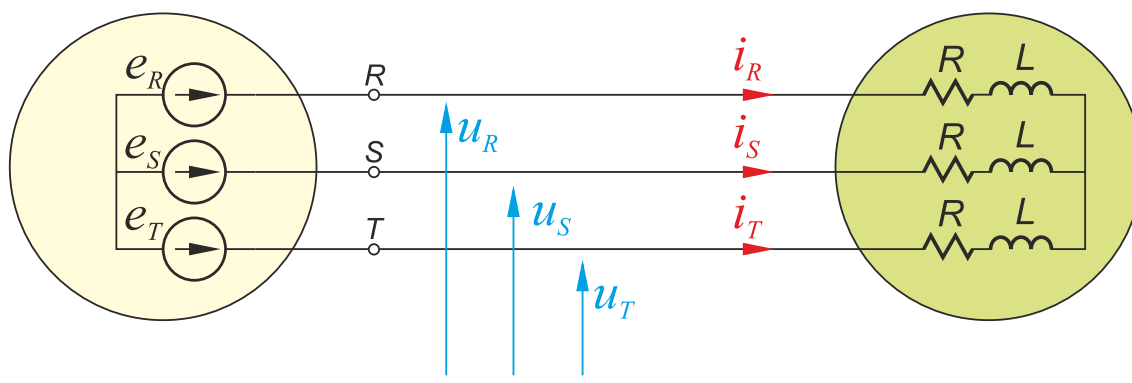
$$P^2 + Q^2 = S^2, \quad (1)$$

gdyż

$$\sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{4,4^2 + 7,7^2} = 8,9 \text{ kVA} < S = U \times I = 220 \times 66,3 = 14,6 \text{ kVA}. \quad (2)$$

Zagadnienie błędności tego równania nie jest jednak przedmiotem niniejszego artykułu. Analiza przedstawionego powyżej obwodu pokazuje, że moc bierna Q w obwodach z odbiornikami nieliniowymi bądź z odbiornikami o okresowo zmiennymi parametrami nie może być interpretowana, tak jak podają to książki [1, 2]. Taka interpretacja nie jest prawdziwa.

Interpretacja taka nie jest też prawdziwa w obwodach liniowych wtedy, gdy są to obwody trójfazowe. Ilustruje to obwód trójfazowy pokazany na rysunku 3, w którym zrównoważony odbiornik czynno-indukcyjny, RL , zasilany jest ze źródła symetrycznego napięcia trójfazowego.



Rys. 3. Obwód trójfazowy ze zrównoważonym odbiornikiem RL

Fig. 3. Three-phase circuit with a balanced RL load

Jeśli napięcie zasilania odbiornika jest symetryczne, kolejności dodatniej oraz napięcie na zacisku R ma przebieg

$$u_R(t) = \sqrt{2}U \cos \omega_1 t, \quad (3)$$

odbiornik jest zaś zrównoważony, z prądem w linii R o przebiegu

$$i_R(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega_1 t - \varphi), \quad (4)$$

to moc bierna takiego odbiornika ma wartość

$$Q = 3UI \sin \varphi. \quad (5)$$

Moc chwilowa $p(t)$ na zaciskach odbiornika, to znaczy prędkość przepływu energii $W(t)$ ze źródła zasilania do odbiornika ma przebieg

$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} = u_R(t)i_R(t) + u_S(t)i_S(t) + u_T(t)i_T(t) = 3UI \cos \varphi = P = \text{const}. \quad (6)$$

Prędkość przepływu energii ma więc wartość stałą, to znaczy pomimo niezerowej wartości mocy biernej Q energia przepływa bez jakichkolwiek oscylacji. Występowanie tej mocy nie jest wynikiem oscylacji energii między źródłem zasilania a odbiornikiem. Jeśli jednak odrzucimy powszechną interpretację mocy biernej, to [jaka jest prawdziwa natura fizyczna tej mocy](#) lub po prostu – [czy jest ona wielkością fizyczną?](#)

Pytanie, czy moc bierna Q jest wielkością fizyczną, pociąga jednak za sobą bardziej podstawowe pytanie, mianowicie: co to znaczy termin [wielkość fizyczna](#)?

2. WIELKOŚCI FIZYCZNE

Wydaje się, że odpowiedź na to pytanie, nawet poza fizyką kwantową, nie jest jednoznaczna. Autor tego artykułu nie jest świadomy tego, czy występuje definicja wielkości fizycznych. Prawdopodobnie taka definicja nie występuje. Jest w fizyce wiele wielkości, które uważa się za wielkości fizyczne, wprowadzone do fizyki nie przez definicje, lecz przez badanie i opis ich cech. Jedną z takich, często podkreślanych, cech wielkości fizycznej jest jej mierzalność. [Nie oznacza to jednak, że wielkość mierzalna musi być wielkością fizyczną.](#) Mierzymy wiele wielkości, które wielkościami fizycznymi nie są. [Przykładem jest wartość skuteczna prądu](#), mierzona amperomierzem, która wielkością fizyczną nie jest. [Wielkością fizyczną jest tylko prąd, a wartość skuteczna jest tylko jedną ze zdefiniowanych matematycznie cech tego prądu.](#) Podobnie jest ze składowymi symetrycznymi prądu obwodu trójfazowego. Mogą być one mierzone

filtrami składowych symetrycznych, ale fizycznie nie istnieją. Dla przykładu, gdy jedna linia zasilania odbiornika jest otwarta, filtr składowych symetrycznych mierzy niezerową wartość składowej zerowej. Możliwość jej pomiaru mogłaby sugerować fizyczne istnienie tej składowej, **tymczasem jest ona jedynie produktem matematycznego rozkładu trójfazowych prądów liniowych, wtedy gdy jeden z prądów ma wartość zerową.**

Podobnie jest z harmonicznymi. Dla przykładu, prąd w przewodzie z okresowym wyłącznikiem może być przedstawiony jako suma harmonicznymi, tak jak w obwodzie na rysunku 1. Harmoniczne te można mierzyć, ale fizycznie one nie występują, gdyż harmoniczna prądu jest wielkością ciągłą, a więc nie może fizycznie istnieć w otwartym przewodniku. Harmoniczne, jakkolwiek mierzalne, są jedynie obiektami matematycznymi, nie fizycznymi.

Mierzalność jest więc warunkiem koniecznym tego, aby wielkość mogła być uznana za wielkość fizyczną, nie jest jednak ona warunkiem wystarczającym. Mierzalność mocy biernej Q nie wystarcza do tego, aby uznać ją za wielkość fizyczną.

W sytuacji braku definicji terminu „**wielkość fizyczna**”, aby rozstrzygnąć, czy pewna wielkość występuje fizycznie, czy nie, trzeba oprzeć się na intuicji. Pomocna może być też świadomość tego, jak pewne wielkości pojawiały się w fizyce, a w szczególności w elektrotechnice. Pewne porównania mogą wzmocnić naszą intuicję odnośnie do oceny, czy jakaś wielkość jest wielkością fizyczną, czy nie.

3. MOC BIERNA W OBWODACH Z NIESINUSOIDALNYMI PRZEBIEGAMI PRĄDU I NAPIĘCIA

Sytuacje, w których prądy i napięcia są sinusoidalne, są tylko szczególnymi, choć rozpowszechnionymi sytuacjami w systemach rozdzielczych bądź są przybliżeniem sytuacji rzeczywistych, w których przebiegi te są niesinusoidalne. Odpowiedź na pytanie: „**jaka wielkość powinna być uznana za moc bierną w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia?**”, jest jednym z najbardziej kontrowersyjnych zagadnień elektrotechniki ostatniego stulecia.

Początkowo, gdy odbiorniki były liniowe, był to problem bardziej akademicki niż praktyczny, gdyż przebiegi napięć i prądów w systemach rozdzielczych były, z wysokim poziomem dokładności, sinusoidalne. Zaczęło się to zmieniać z rozwojem elektrochemii, potrzebującej prądu stałego, a zatem prostowników dużej mocy, do procesów elektrolitycznych, z zastąpieniem żarówek przez lampy wyładowcze, a następnie przez LED-y, z pojawieniem się sprzętu wideo, komputerów i urządzeń komputeropodobnych w domach mieszkalnych, budynkach handlowych i biurowcach, i wreszcie z pojawieniem się urządzeń energoelektronicznych. Każde z tych urządzeń, nawet zasilane napięciem sinusoidalnym, powoduje odkształcenie prądu zasilania. Okazało się, że elektrotechnika utraciła zdolność opisu przepływu energii za pomocą wielkości energetycznych, jakimi są moce.

Środowisko elektrotechniczne odpowiedziało na tę sytuację intensywnymi badaniami nad mocami w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia, zainicjowanymi w 1892 r. przez Steinmetza [3]. Liczbę poświęconych temu zagadnieniu artykułów można szacować na kilka tysięcy. Utworzono też:

IEEE Working Group on Power Definitions in Systems Under Nonsinusoidal Conditions, kierowaną przez Prof. A. Emanuela, oraz prowadzono cykliczne, co dwa lata, konferencje:

International Workshop on Power Definitions and Measurement Under Nonsinusoidal Conditions, kierowaną przez Prof. A. Ferrero na Politechnice w Mediolanie, a także, prowadzoną czterokrotnie:

International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation (ISNCC), kierowaną przez autora tego artykułu na Uniwersytecie Zielonogórskim.

Wybór definicji mocy biernej był jednym z centralnych zagadnień tych badań i dyskusji nad rozwojem **Teorii mocy** obwodów elektrycznych, to jest interpretacją i opisem zjawisk towarzyszących przepływowi energii elektrycznej. Wiele odmiennych wielkości elektrycznych proponowano jako moc bierną, co czyni pytanie sformułowane w tytule tego artykułu jeszcze trudniejszym. Poniżej zestawione są różne koncepcje definicji mocy biernej w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia.

C.I. Budeanu [4], przyjmując, że napięcie zasilania i prąd odbiornika aproksymowane są szeregami Fouriera:

$$u(t) = \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n), \quad (7)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n + \varphi_n), \quad (8)$$

zdefiniował w 1927 r. moc bierną wzorem

$$Q_B \stackrel{\text{df}}{=} \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin \varphi_n. \quad (9)$$

S. Fryze [5] wprowadził w 1931 r. koncepcję prądu biernego

$$i_{rF}(t) \stackrel{\text{df}}{=} i(t) - \frac{P}{\|u\|^2} u(t), \quad (10)$$

gdzie $\|u\|$ oznacza wartość skuteczną napięcia zasilania, mianowicie:

$$\|u\|^2 \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt \quad (11)$$

i prąd ten posłużył Fryzemu do definicji mocy bierniej

$$Q_F \stackrel{\text{df}}{=} \|u\| \|i_{rF}\|. \quad (12)$$

W. Shepherd oraz P. Zakikhani [6] wprowadzili w 1972 r. odmienną definicję prądu biernego, mianowicie:

$$i_{rS}(t) \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin \varphi_n \sin(n\omega_1 t + \alpha_n) \quad (13)$$

i za jej pomocą zdefiniowali moc bierną wzorem

$$Q_S \stackrel{\text{df}}{=} \|u\| \|i_{rS}\|. \quad (14)$$

N.L. Kusters oraz W.J.M. Moore [7] wprowadzili w 1980 r. koncepcję pojemnościowego prądu biernego:

$$i_{qC}(t) \stackrel{\text{df}}{=} \frac{(\dot{u}, i)}{\|\dot{u}\|^2} \dot{u}(t), \text{ gdzie } \dot{u} = \frac{du}{dt} \quad (15)$$

oraz

$$(\dot{u}, i) \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T \dot{u}(t) i(t) dt \quad (16)$$

i z pomocą tego prądu zdefiniowali pojemnościową moc bierną

$$Q_C \stackrel{\text{df}}{=} \|u\| \|i_{qC}\|. \quad (17)$$

L.S. Czarnecki [8] zdefiniował w 1983 r., w ramach Teorii składowych fizycznych prądów (ang. *Currents' Physical Components – CPC*), prąd bierny wzorem

$$i_r(t) \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} jB_n U_n e^{jn\omega_1 t}, \quad (18)$$

gdzie B_n jest susceptancją odbiornika dla harmonicznego n -tego rzędu napięcia zasilania, U_n jest zaś zespoloną wartością skuteczną (crms) tej harmonicznego. Za pomocą tego prądu moc bierna odbiornika została zdefiniowana wzorem

$$Q \stackrel{\text{df}}{=} \|u\| \|i_r\|. \quad (19)$$

P. Tenti [9] zdefiniował w 2003 r., w ramach Konserwatywnej teorii mocy (ang. *Conservative Power Theory – CPT*), prąd bierny wzorem

$$i_{rT}(t) \stackrel{\text{df}}{=} \frac{(u, i)}{\|\hat{u}\|^2} \hat{u}(t), \quad (20)$$

gdzie

$$(\hat{u}, i) \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T \hat{u}(t) i(t) dt, \quad (21)$$

$\hat{u}(t)$ oznacza zaś oscylacyjny składnik całki napięcia zasilania. Za pomocą tego prądu została zdefiniowana moc bierna odbiornika, mianowicie

$$Q_T \stackrel{\text{df}}{=} \|u\| \|i_{rT}\|. \quad (22)$$

H. Akagi, A. Nabae, Y. Kazanawa [10] opracowali w 1984 r. **Teorię chwilowej mocy biernej, pq** , która w miejsce mocy biernej Q wprowadza chwilową moc bierną q . Została ona zdefiniowana przez chwilowe wartości prądu i napięcia odbiornika trójfazowego, przekształcone transformacją Clarke'a do nowych wielkości, w ortogonalnych współrzędnych α, β . W obwodzie trójfazowym, trójprzewodowym, transformacja Clarke'a napięć zasilania u_R, u_S i prądów liniowych i_R, i_S , ogólnie, wielkości x_R, x_S , ma postać

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \stackrel{\text{df}}{=} \begin{bmatrix} \sqrt{3-2}, & 0 \\ 1-\sqrt{2}, & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_R \\ x_S \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Chwilowa moc bierna q została zdefiniowana wzorem:

$$q \stackrel{\text{df}}{=} u_\alpha i_\beta - u_\beta i_\alpha. \quad (24)$$

Ponieważ teorie mocy obwodów elektrycznych nie różnią się od siebie co do definicji i interpretacji mocy czynnej P , różnice między tymi teoriami wynikają przede wszystkim ze sposobu wyboru wielkości uznawanej za moc bierną, jej definiowania i interpretacji. Jako że poszczególne definicje mocy biernej miały zwolenników i oponentów, powstało w elektrotechnice kilka odmiennych szkół teorii mocy.

Wybór definicji mocy biernej ma oczywiście wpływ na możliwości jej kompensacji, dlatego, poza koncepcjami Budeanu i Fryzego, wybory te wynikały z badań nad możliwością poprawy współczynnika mocy w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądów i napięć.

4. UWAGI O PROPONOWANYCH DEFINICJACH MOCY BIERNEJ

Proponowane definicje mocy biernej były przedmiotem krytycznych badań, przeprowadzonych między innymi przez autora tego artykułu. Teoria Budeanu analizowana była w artykułach [11, 12], Teoria Fryzego była dyskutowana w [12], Shepherd'a i Zakikhaniego w [13], Kustersa i Moore'a w [14], Akagiego i Nabaego w [15] i wreszcie Teoria CPT Tentiego w [16].

Badania te pokazały, że w obwodach elektrycznych nie ma zjawiska fizycznego, które mogłoby być wyjaśnione i opisane za pomocą którejś z proponowanych mocy biernych. Jedynie prądy bierne zdefiniowane przez Shepherd'a [6] i Czarneckiego [8] mogą być stowarzyszone z konkretnym zjawiskiem fizycznym. W istocie są to fizycznie identyczne prądy, jedynie odmiennie matematycznie zdefiniowane, zatem

$$i_{rS}(t) \equiv i_r(t). \quad (24)$$

Jest to suma harmoniczných prądu odbiornika przesuniętych o kąt $\pi/2$ względem harmoniczných napięcia zasilania tego odbiornika. Jakkolwiek jest on wynikiem matematycznego rozkładu prądu odbiornika, można sobie jednak wyobrazić jego fizyczne istnienie. Jest on w ramach **Teorii składowych fizycznych prądów** (ang. *Currents' Physical Components – CPC*), [17, 20], jedną ze składowych fizycznych prądu odbiornika. Jest to jedyna składowa prądu, która może być całkowicie zredukowana [18] kompensatorem reaktacyjnym.

Zestawmy wnioski dotyczące poszczególnych (podanych powyżej) definicji mocy biernej, towarzyszącym im interpretacjom oraz wyjaśnijmy dlaczego nie są one akceptowalne?

Budeanu interpretował proponowaną przez niego moc bierną Q_B jako pewną miarę oscylacji energii między odbiornikiem i źródłem zasilania. Jednak w artykule [11] pokazano, że takie oscylacje mogą istnieć nawet przy zerowej wartości mocy biernej Budeanu Q_B , nie jest więc ona miarą oscylacji energii.

Fryze wprowadził moc bierną jako wielkość wtórną względem zdefiniowanego przez niego prądu biernego $i_{rF(t)}$, nie wyjaśnił jednak natury fizycznej tego prądu. Jak pokazano w artykułach [8] oraz [12], prąd ten jest wielkością złożoną. Nawet w obwodach liniowych może on zawierać prąd rozrzutu, $i_{s(t)}$, którego istnienie zostało ujawnione w artykule [8], oraz prąd bierny $i_{r(t)}$. Oznacza to, że prąd bierny Fryzego stowarzyszony jest z dwoma różnymi zjawiskami fizycznymi w obwodzie elektrycznym. Jest on tylko częściowo redukowalny kompensatorem reaktacyjnym.

Moc bierna zdefiniowana przez Kustresa i Moore'a jest mocą kompensowalną przez, włączony równolegle względem odbiornika, kompensator pojemnościowy. Jednak jak pokazano w artykule [13], współczynnik mocy odbiornika wciąż może być poprawiany równolegle włączonym kompensatorem reaktacyjnym.

Definicja Tentiego mocy biernej Q_T została oparta na koncepcji nowej wielkości, nazwanej „**energiją reaktywną**” (ang. *reactive energy*). Jednak jak pokazano w artykule [16], wielkość ta może być ujemna, nie może więc być energią. Nie jest ona wielkością fizyczną, zatem nie jest wielkością fizyczną wywodzącą się z niej moc bierna Q_T .

Wprowadzeniu przez Akagiego i współpracowników definicji chwilowej mocy biernej q nie towarzyszyła jej fizyczna interpretacja. Ponadto wszystkie próby znalezienia jakiejś akceptowalnej interpretacji tej mocy od momentu jej wprowadzenia w 1983 r. zakończyły się niepowodzeniem.

Interpretację tę utrudnia fakt, że w artykule [15] pokazano, że moc bierna q może się pojawiać w obwodach trójfazowych z obciążeniem czysto rezystancyjnym.

5. MOC BIERNA W OBWODACH Z SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM I PRĄDEM

Fizyczna interpretacja mocy biernej nie może zależeć od tego, czy odbiornik jest liniowy, czy nieliniowy, czy też od tego, jakie jest napięcie zasilania, sinusoidalne czy nie. Oznacza to, że jeśli moc bierna nie ma interpretacji fizycznej przy niesinusoidalnych przebiegach prądów i napięć, nie ma jej też wtedy, gdy przebiegi te są sinusoidalne. Zbiór przebiegów sinusoidalnych jest tylko podzbiorem zbioru przebiegów niesinusoidalnych. Jednak ktoś mógłby powiedzieć, że to harmoniczne uniemożliwiają interpretację fizyczną mocy biernej. Ponadto sytuacje, w których prądy i napięcia w systemach rozdzielczych są sinusoidalne, są tak powszechne lub do takich przebiegów są aproksymowane i ważne do tego stopnia, że warto postawić pytanie: czy w takich sinusoidalnych warunkach moc bierna może być interpretowana jako wielkość fizyczna?

W warunkach sinusoidalnych moc czynna P i moc bierna Q zdefiniowane są dość podobnymi wzorami, mianowicie

$$P \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt, \quad (26)$$

$$Q \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t - T/4)dt, \quad (27)$$

co mogłoby sugerować podobieństwo obu wielkości. Różnica między nimi jest jednak bardzo dużą. Moc czynna P jest cechą zjawiska fizycznego, mianowicie przepływu energii $W(t)$. Jest wartością średnią prędkości jej przepływu, gdyż $u(t)i(t) = dW(t)/dt$. Wielkość $u(t)i(t - T/4)$ pod całką definiującą moc bierną Q nie jest jednak jakąś cechą zjawiska fizycznego, gdyż prąd odbiornika obserwowany jest w innym momencie niż napięcie zasilania.

Opinia, że moc bierna jest wielkością fizyczną, wspierana jest niekiedy obserwacją, że moc ta spełnia, podobnie jak moc czynna, zasadę bilansu mocy (ZBM). Niestety, obserwacja ta nie wzmacnia powyższej opinii, gdyż zasada dla obu mocy wynika z odmiennych powodów. W przypadku mocy czynnej P ZBM jest wnioskiem z zasady zachowania energii (ZZE), jednej z podstawowych zasad fizyki. Mianowicie jeśli obwód jest elektrycznie izolowany, to suma energii wszystkich K , elementów obwodu jest stała Clarke

$$\sum_{k=1}^K W_k(t) \equiv \text{const}, \quad (28)$$

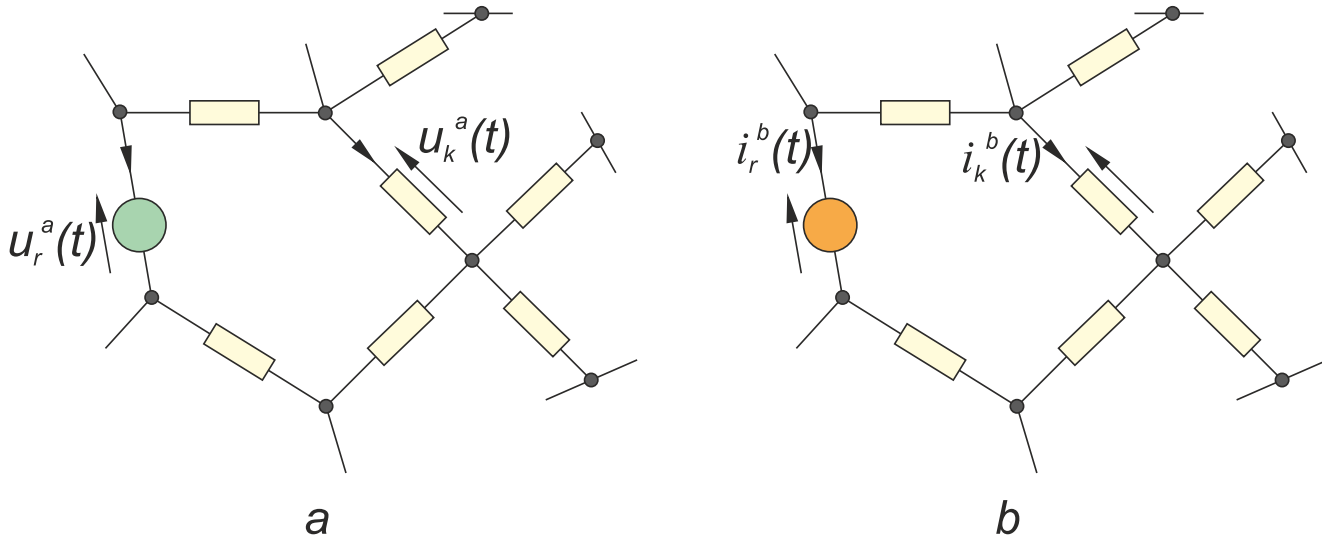
a zatem z tożsamości:

$$\frac{d}{dt} \sum_{k=1}^K W_k(t) \equiv \sum_{k=1}^K \frac{d}{dt} W_k(t) \equiv \sum_{k=1}^K p_k(t) \equiv \sum_{k=1}^K u_k(t)i_k(t) \equiv 0, \quad (29)$$

wynika zasada zachowania mocy czynnej

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^K u_k(t) i_k(t) dt = \sum_{k=1}^K \frac{1}{T} \int_0^T u_k(t) i_k(t) dt = \sum_{k=1}^K P_k = 0. \quad (30)$$

Jednak zasadę bilansu mocy biernej Q nie da się wyprowadzić z zasady zachowania energii. Jest ona wnioskiem z twierdzenia Tellegena [19], które nie jest fizyczną, lecz matematyczną właściwością obwodów elektrycznych. Mianowicie jeśli dwa różne obwody są topologicznie identyczne, to znaczy mają taką samą liczbę węzłów, połączonych identycznie K gałęziami, jak to jest pokazane na rysunku 4, lecz poza tym gałęzie są całkowicie różne, to twierdzenie



Rys. 4. Dwa obwody o identycznej topologii.
Fig. 4. Two circuits with identical topologies

Tellegena mówi, że suma iloczynów po wszystkich K elementach obwodu napięć gałęziowych z jednego z tych obwodów i prądów gałęziowych z drugiego jest w każdej chwili równa zero

$$\sum_{k=1}^K u_k^a(t) i_k^b(t) \equiv 0. \quad (31)$$

Przypuśćmy, że wszystkie napięcia i prądy źródeł energii w obwodzie (b) są przesunięte w czasie względem wszystkich napięć i prądów źródeł energii w obwodzie (a) o ćwierć okresu, $T/4$ wówczas wszystkie prądy gałęziowe w obwodzie (b) będą przesunięte względem prądów gałęziowych w obwodzie (a) o $T/4$

$$i_k^b(t) \equiv i_k^a(t - \frac{T}{4}). \quad (32)$$

Z twierdzenia Tellegena otrzymamy więc

$$\sum_{k=1}^K u_k^a(t) i_k^b(t) \equiv \sum_{k=1}^K u_k^a(t) i_k^a(t - \frac{T}{4}) \equiv \sum_{k=1}^K u_k(t) i_k(t - \frac{T}{4}) \equiv 0, \quad (33)$$

a zatem

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^K u_k(t) i_k(t - \frac{T}{4}) dt \equiv \sum_{k=1}^K Q_k(t) \equiv 0, \quad (34)$$

czyli moc bierna musi spełniać zasadę bilansu. Nie wynika to jednak z fizycznych właściwości tej mocy.

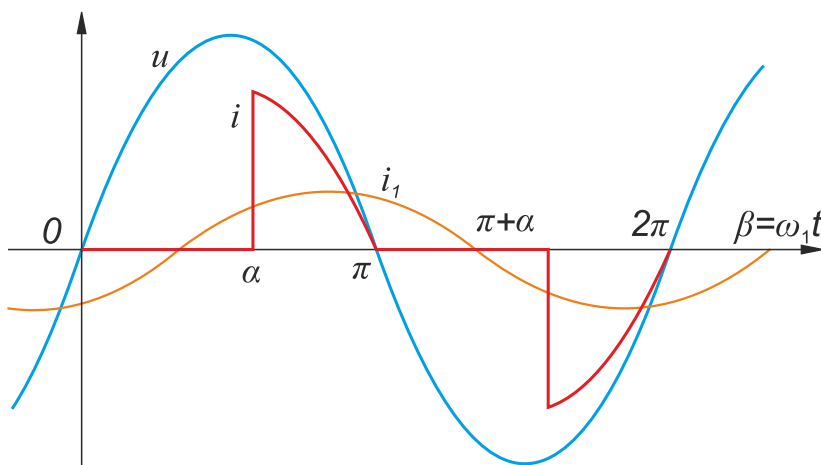
6. MOC BIERNA W OBWODACH Z SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM I NIESINUSOIDALNYM PRĄDEM

Odbiorniki nieliniowe oraz z okresowymi wyłącznikami powodują odkształcenie prądu nawet wtedy, gdy napięcie pozostaje niemal sinusoidalne. Dlatego aproksymacja przebiegów prądu i napięcia w systemach dystrybucyjnych, w której napięcie jest sinusoidalne, prąd jest zaś niesinusoidalny, jest uzasadniona i bliska rzeczywistym sytuacjom. Przy takiej aproksymacji moc bierna jest stowarzyszona z napięciem zasilania i harmoniczną podstawową prądu

odbiornika $i_{1(t)}$, a dokładniej – ze składową bierną tego prądu, $i_{1r(t)}$, przesuniętą względem napięcia zasilania o ćwierć okresu, $T/4$. Jest ona równa

$$Q = Q_1 = U \cdot \text{Im}\{I_1\} = UI_1 \sin \varphi_1. \quad (1)$$

Tłumaczy to istnienie niezerowej mocy biernej Q w obwodzie czysto rezystancyjnym z TRIAC-iem pokazanym na rysunku 1. Wyjaśnia to także rysunek 5.



Rys. 5. Przebiegi napięcia zasilania, prądu i jego harmonicznej podstawowej w obwodzie z TRIAC-iem

Fig. 5. Waveforms of supply voltage, current and current's fundamental harmonic in a circuit containing TRIAC

Z analizy Fouriera prądu takiego odbiornika wynika, że harmoniczna podstawowa prądu ma przebieg:

$$i_1(t) = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega_1 t - \varphi_1) = 40.3\sqrt{2} \sin(\omega_1 t - 60.3^\circ) \text{ A}, \quad (35)$$

zatem moc bierna odbiornika ma wartość

$$Q = UI_1 \sin \varphi_1 = 220 \cdot 40.3 \sin(60.3^\circ) = 7.7 \text{ kvar}. \quad (36)$$

7. WNIOSKI

Artykuł pokazuje, że moc bierna Q , uważana w środowisku elektrotechnicznym za wielkość fizyczną, wielkością taką nie jest. Nie ma w obwodach elektrycznych żadnego zjawiska, które mogłoby być wyjaśniane czy opisywane za pomocą mocy biernej i odwrotnie, żadne zjawisko fizyczne w obwodzie nie wyjaśnia istnienia mocy biernej. Jedynie prąd bierny, pod warunkiem że jest poprawnie zdefiniowany, jest stowarzyszony z konkretnym zjawiskiem fizycznym, mianowicie z przesunięciem harmonicznego prądu o kąt $\pi/2$ względem harmonicznego napięcia zasilania. Moc bierna jest podobna do mocy pozornej S , która także nie jest wielkością fizyczną, lecz iloczynem wartości skutecznej napięcia zasilania $\|u\|$ i wartości skutecznej prądu odbiornika $\|i\|$, mianowicie

$$S \stackrel{\text{df}}{=} \|u\| \|i\|. \quad (37)$$

Moc bierna jest podobnym iloczynem wartości skutecznej napięcia zasilania $\|u\|$ i wartości skutecznej prądu biernego odbiornika $\|i_r\|$

$$Q \stackrel{\text{df}}{=} \|u\| \|i_r\|. \quad (38)$$

Zauważmy, że tak zdefiniowana moc bierna jest wielkością nieujemną, a zatem nie może spełniać zasady bilansu mocy. Zasadę tę spełnia moc bierna wyłącznie w obwodach z sinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia, w których moc ta obliczana jest wzorem:

$$Q = UI \sin \varphi. \quad (39)$$

Jest ona wtedy równa amplitudzie składowej przemiennej mocy chwilowej, ale ta interpretacja nie jest już prawdziwa w innych sytuacjach obwodowych.

BIBLIOGRAFIA

- [1] A.B. Carlson: "Circuits", Publisher: *Brooks/Cole*, 2000.
- [2] O.I. Elgerd: "Basic Electric Power Engineering", *Addison-Wesley*, 1977.
- [3] Ch.P. Steinmetz: "Is a phase-shift in the current of an electric arc?", (in German), *Elektrotechnische Zeitschrift*, Heft 42, 567-568, 1892.
- [4] C.I. Budeanu: "Puissances reactives et fictives", *Institut Romain de l'Energie*, Bucharest, 1927.
- [5] S. Fryze: "Active, reactive and apparent powers in systems with distorted waveform", (in Polish), *Przegląd Elektrotechniczny*, Z. 7, 193-203, 1931; Z. 8, 225-234, Z. 22, 673-676, 1932.
- [6] W. Shepherd, P. Zakikhani: "Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems", *Proc. IEE*, Vol. 119, No. 9, 1361-1362, 1972.
- [7] N.L. Kusters, W.J.M. Moore: "On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions", *IEEE Trans. Pow. Appl. Syst.*, Vol. PAS-99, 1845-1854, 1980.
- [8] L.S. Czarnecki: "Orthogonal components of a linear load supplied from a source of distorted voltage", (in Polish), *Scientific Letters of Gliwice University of Technology, ELEKTRYKA*, No. 86, 1983.
- [9] P. Tenti, P. Mattavelli: "A time-domain approach to power term definitions under non-sinusoidal conditions", *Proc. of the Workshop on Power Definitions and Measurement Under Nonsinusoidal Conditions*, Milano, 2003.
- [10] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae: "Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components", *IEEE Trans. on IA*, IA-20, 625-630, 1984.
- [11] L.S. Czarnecki: "What is wrong with the Budeanu concept of reactive and distortion powers and why it should be abandoned", *IEEE Trans. IM*, Vol. IM-36, No. 3, 834-837, 1987.
- [12] L.S. Czarnecki: "Budeanu and Fryze: Two frameworks for interpreting power properties of circuits with nonsinusoidal voltages and currents", *Archiv fur Elektr.*, (81), No. 2, 5-15, 1997.
- [13] L.S. Czarnecki: "Power theories of periodic nonsinusoidal systems", *Rozprawy Elektrotechniczne*, 31, z. 3-4, 659-685, 1985.
- [14] L.S. Czarnecki: "Additional discussion to "Reactive power under nonsinusoidal conditions", *IEEE Trans. on Power and Systems*, Vol. PAS-102, No. 4, 1023-1024, 1983.,
- [15] L.S. Czarnecki: "On some misinterpretations of the Instantaneous Reactive Power p-q Theory", *IEEE Trans. on Power Electronics*, Vol. 19, No. 3, 828-836, 2004.
- [16] L.S. Czarnecki: "Comparison of the Conservative Power Theory (CPT) with Budeanu's power theory", *Annales of the University of Craiova*, 51-59, 2016.
- [17] L.S. Czarnecki: "Currents' Physical Components (CPC) – based Power Theory. A Review, Part I: Power Properties of Electrical Circuits and Systems", *Przegląd Elektrotechniczny*, R95, No. 10, 1-11, 2019.
- [18] L.S. Czarnecki: "Currents' Physical Components (CPC) –based Power Theory. A Review, Part II: Filters and reactive, switching, and hybrid compensators", *Przegląd Elektrotechniczny*, R96, No. 4, 1-10, 2020.
- [19] B.D.H. Tellegen: "A general network theorem with applications", *Philips Research Rep.*, (Philips Research Laboratories) 7, 259-269, 1952.
- [20] L.S. Czarnecki: "Powers and Compensation in Circuits with Nonsinusoidal Currents", *Oxford University Press*, in printing, 2025.

otrzymano / received: 23.10.2024 przyjęto do publikacji / accepted: 18.12.2024

Artykuł recenzowany / peer-reviewed article