

WSPÓLCZYNNIK MOCY ODBIORNIKÓW ELEKTRYCZNYCH

Leszek S. Czarnecki, IEEE Life Fellow, Louisiana State University, USA

Przedmiotem artykułu są rozważania nad wpływem różnych cech obwodu elektrycznego na współczynnik mocy. Dotyczy to zarówno struktury obwodu jak i właściwości odbiorników. Komentowane są też błędne interpretacje mocy biernej i błędne definicje mocy pozornej w obwodach trójfazowych. Podstawę teoretyczną artykułu tworzy Teoria Mocy oparta na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu (ang. Currents' Physical Components, CPC – based Power Theory).

Power factor of electrical loads

Considerations on effects of various features of electrical circuits upon the power factor are the subject of the paper. These considerations include both effects of the circuit structure and the features of loads. Erroneous interpretations of the reactive power and erroneous definitions of the apparent power are commented as well. The Currents' Physical Components (CPC)-based power theory provides theoretical fundamentals for the paper.

1. WSTĘP

Współczynnik mocy jest jedną z najważniejszych miar określających skuteczność przesyłu energii elektrycznej od jej wytwórcy do odbiorcy. Współczynnik ten został wprowadzony do elektrotechniki w końcu XIX wieku i już w końcu tego wieku był przedmiotem pomiarów [14]. Zdefiniowany jest jako stosunek mocy czynnej P odbiornika do mocy pozornej S na jego zaciskach S , to jest jako

$$\lambda = \frac{P}{S}. \quad (1)$$

Jest on jedną z najmniej kwestionowanych miar efektywności systemów rozdzielczych.

Koncepcja współczynnika mocy powstała w bardzo wczesnej fazie rozwoju systemów energetycznych, w zasadzie jednofazowych. Obwód trójfazowy traktowany był jedynie jako pewien „agregat” trzech obwodów jednofazowych i jako takie „agregaty” mocy obwodów jednofazowych, traktowane były moce obwodów trójfazowych. Przyczynę pogarszania się współczynnika mocy widziano wyłącznie w przesunięciu fazowym prądu względem napięcia, a zatem w oscylacji energii między źródłem zasilania a odbiornikiem, którymi to oscylacjami tłumaczono obecność mocy biernej Q . Jest to pogląd spotykany w środowisku elektrotechnicznym nawet obecnie. Ale też, już w 1892r. Steinmetz, obserwując obniżenie współczynnika mocy w obwodzie z lampą łukową, zadaje pytanie [1] czy prąd łuku rzeczywiście jest przesunięty względem napięcia?

Systemy dostawy energii elektrycznej są obecnie bardzo złożone. Wartość współczynnika mocy brana jest jednak pod uwagę w rozliczeniach głównie z wielkimi odbiorcami energii. Przebiegi, szczególnie prądu, mogą mocno odbiegać od przebiegów sinusoidalnych. Możliwa jest asymetria zarówno prądów jak i napięć. Ale też, o wiele więcej wie się obecnie o właściwościach energetycznych obwodów. Metody poprawy współczynnika mocy nie ograniczają się już jedynie do kompensacji mocy biernej.

Energia elektryczna dostarczona do odbiornika jest równa całości mocy czynnej P i odbiorca płaci dostawcy za tą właśnie dostarczoną energię. Aby ją dostarczyć, dostawca musi tę energię nie tylko wyprodukować, ale także zapewnić, w celu jej dostawy, odpowiednie napięcie i prąd na zaciskach odbiornika. Oznacza to, że w obwodach jednofazowych dostawca musi dostarczyć napięcie i prąd o wartościach skutecznych, odpowiednio, U oraz I , zaś w obwodach trójfazowych dostarczyć napięcie i prąd o trójfazowych wartościach skutecznych, odpowiednio, $\|\mathbf{u}\|$ oraz $\|\mathbf{i}\|$. Symbole \mathbf{u} oraz \mathbf{i} oznaczają wektory trójfazowe napięcia i prądu odbiornika, mianowicie

$$\mathbf{u} = [u_R, u_S, u_T]^T, \quad \mathbf{i} = [i_R, i_S, i_T]^T. \quad (2)$$

Tak więc, koszt dostawy energii, włączając w to koszt urządzeń niezbędnych do jej przesyłania, i koszt strat energii w tych urządzeniach, związany jest wartościami skutecznymi prądów i napięć. Ich iloczyn

$$S = UI = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}\|. \quad (3)$$

Symbole U, I oznaczają wartości skuteczne napięć i prądów sinusoidalnych na zaciskach odbiorników jednofazowych, symbole $\|\mathbf{u}\|$ oraz $\|\mathbf{i}\|$ oznaczają trójfazowe wartości skuteczne napięć i prądów na zaciskach odbiorników trójfazowych.

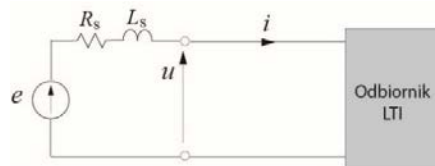
Wartość skuteczna napięcia zasilania może zmieniać się w nieznacznym tylko stopniu, zatem obniżanie się współczynnika mocy oznacza wzrost wartości skutecznej prądu zasilania, a więc wzrost kosztu przesyłu energii, czyli wzrost kosztu po stronie jej dostawcy. Tak jest jednak tylko z perspektywy lokalnej, z perspektywy styku: dostawca-odbiorca. Z perspektywy globalnej jest inaczej: za wszystkie koszty ponoszone przez dostawcę energii, łącznie z zyskami, płać wyłącznie jej odbiorcy. Dla indywidualnego odbiorcy nie jest jednak ważna perspektywa globalna, lecz lokalna, gdyż w przypadku niskiego współczynnika mocy, może on podlegać presji ekonomicznej ze strony dostawcy energii, aby współczynnik ten poprawiać.

Wzór definiujący współczynnik mocy (1) niewiele jednak mówi o możliwych przyczynach jego obniżania. Nie mówi też zatem, jak można temu przeciwdziałać. Pomimo tego, że koncepcja współczynnika mocy jest w energetyce jedną z podstawowych koncepcji, i że jest pozornie prosta, jest ona w istocie bardzo złożona. Nie wszystko, odnośnie współczynnika mocy, jest też wyjaśnione, szczególnie w systemach z odkształconymi i niesymetrycznymi przebiegami prądów i napięć, a przede wszystkim, w systemach rozdzielczych, w których odbiorca, może być także wytwórcą energii, czyli w tzw. systemach „prosumenckich”.

Ze względu na złożoność, koncepcja współczynnika mocy jest analizowana w tym artykule poprzez stopniowe komplikowanie obwodu, zaczynając od obwodu jednofazowego z odbiornikami liniowymi, stacjonarnymi (ang.: linear time-invariant - LTI), zasilanymi napięciem sinusoidalnym, poprzez obwody z odbiornikami nieliniowymi lub okresowo niestacjonarnymi, to jest z odbiornikami generującymi harmoniczne (ang.: harmonics generating loads – HGL. Współczynnik mocy analizowany jest w tym artykule stosując wyniki teorii mocy opartej na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu (ang.: Currents' Physical Components – CPC)

2. OBWÓD JEDNOFAZOWY Z ODBIORNIKIEM LTI I SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Obwód jednofazowy z odbiornikiem LTI, zasilany napięciem sinusoidalnym, pokazany na Rys.1, jest podstawowym obwodem służącym na kursach elektrotechniki do wyjaśnienia właściwości energetycznych obwodów i wprowadzania definicji mocy. Jest to, niestety, przyczyną błędów interpretacyjnych. Właściwości energetycznych takich najprostrzych obwodów nie można ekstrapolować na właściwości energetyczne obwodów bardziej złożonych. Obwód jednofazowy z odbiornikiem LTI i sinusoidalnym napięciem zasilania nie posiada wielu właściwości energetycznych obwodów bardziej złożonych, ze względu na strukturę i na przebiegi napięcia i prądu.



Rys. 1. Obwód jednofazowy z odbiornikiem LTI.

Jeśli napięcie na zaciskach odbiornika ma przebieg

$$u = U\sqrt{2} \cos \omega t$$

to prąd odbiornika, przesunięty względem napięcia o kąt fazowy φ , można rozłożyć na prąd czynny i_a oraz prąd bierny i_r , mianowicie

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi) = \sqrt{2} I \cos \varphi \cos \omega t + \sqrt{2} I \sin \varphi \sin \omega t = \sqrt{2} I_a \cos \omega t + \sqrt{2} I_r \sin \omega t = i_a + i_r. \quad (4)$$

Prądy te, ze względu na przesunięcie fazowe o kąt $\pi/2$, są wzajemnie ortogonalne, zatem ich wartości skuteczne $\| \cdot \|$ spełniają równanie

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_r\|^2 = I_a^2 + I_r^2. \quad (5)$$

Mnożąc to równanie przez kwadrat wartości skutecznej napięcia odbiornika $\|u\| = U$, otrzymuje się równanie mocy odbiornika LTI zasilanego napięciem sinusoidalnym, mianowicie

$$S^2 = P^2 + Q^2. \quad (6)$$

Wielkość Q w tym równaniu jest mocą bierną odbiornika. Pomimo powszechnego przekonania w środowisku elektrotechnicznym, że moc ta jest wielkością fizyczną, nie ma [20] w obwodach elektrycznych żadnych zjawisk fizycznych określanych mocą bierną Q . Jest ona jedynie iloczynem wartości skutecznej napięcia i prądu biernego odbiornika, mianowicie

$$Q \stackrel{\text{df}}{=} \pm \|u\| \|i_r\| = \pm U I_r. \quad (7)$$

Moc bierna Q jest więc definiowana podobnie jak moc pozorna S , wyłącznie poprzez iloczyn wartości skutecznych napięcia i prądu. Co prawda, w obwodzie jednofazowym z odbiornikiem LTI istnieją oscylacje energii między źródłem zasilania a odbiornikiem, o amplitudzie równej mocy biernej Q , ale zjawiska tego nie ma już w obwodach trójfazowych, czy w obwodach o napięciu niesinusoidalnym oraz w obwodach rezystancyjnych, o okresowo zmiennych parametrah.

Znak mocy biernej Q w definicji (7) wynika z umowy, nakazującej, aby moc bierna odbiorników indukcyjnych była dodatnia.

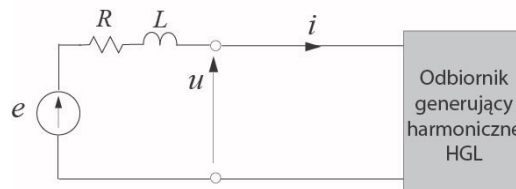
Wartość skuteczna napięcia odbiornika $\|u\|$ jest mnożnikiem wartości skutecznej prądu w liczniku i w mianowniku wzoru (1) definiującego współczynnik mocy λ . W jakimś sensie iloczyn ten ukrywa to, co określa ten współczynnik, to jest stosunek minimalnej wartości skutecznej prądu $\|i_a\|$ odbiornika o mocy czynnej P do aktualnej wartości skutecznej tego prądu $\|i\|$, mianowicie

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\|i_a\|}{\|i\|} = \frac{\|i_a\|}{\sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_r\|^2}}. \quad (8)$$

Wartości skuteczne składowej czynnej i składowej biernej prądu odbiornika są pierwotnymi przyczynami decydującymi o wartości współczynnika mocy. Wartości mocy czynnej i mocy pozornej są przyczynami wtórnymi.

3. OBWÓD JEDNOFAZOWY Z ODBIORKIEM GENERUJĄCYM HARMONICZNE I SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Odbiorniki liniowe i stacjonarne są w obwodach jednofazowych wypierane obecnie przez odbiorniki generujące harmoniczne (HGL). Takimi odbiornikami są lampy fluoroscencyjne, sprzęt komputerowy, sprzęt video czy piece mikrofalowe. Prąd takich odbiorników jest odkształcony i przedstawiany matematycznie [18] jako suma harmonicznch. Obwód z takim odbiornikiem przedstawiony jest na Rys. 2



Rys. 2. Obwód jednofazowy z odbiornikiem generującym harmoniczne prądu (HGL).

Odkształcenie napięcia źródłowego $e(t)$ jest zwykle znacznie mniejsze od odkształcenia prądu i można dla uproszczenia przyjąć, że jest ono sinusoidalne.

Prąd odbiornika może być przedstawiony jako suma harmoniczných, mianowicie

$$i(t) = \sum_{n=0}^{\infty} i_n(t) = i_1(t) + i_G(t), \quad i_G(t) = \sum_{n=0, n \neq 1}^{\infty} i_n(t) \approx \sum_{n \in N, n \neq 1} i_n(t) \quad (9)$$

gdzie i_G oznacza składową odkształconą prądu lub inaczej, prąd generowany w odbiorniku, zaś N jest zbiorem rządów n dominujących harmoniczných. Odkształcenie prądu powoduje odkształcenie napięcia na zaciskach odbiornika. Można je przedstawić w postaci

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(t) = u_1(t) + u_G(t), \quad u_G(t) = \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq 1}}^{\infty} u_n(t) \approx \sum_{n \in N, n \neq 1} u_n(t). \quad (10)$$

Moc czynna na zaciskach odbiornika ma wartość

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T (u_1 + u_G)(i_1 + i_G) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u_1 i_1 dt + \frac{1}{T} \int_0^T u_G i_G dt \quad (11)$$

gdź prąd generowany $i_G(t)$ jest ortogonalny do składowej podstawowej napięcia $u_1(t)$, oraz podobnie, składowa odkształconą napięcia $u_G(t)$ jest ortogonalna do składowej podstawowej prądu $i_1(t)$.

Składowa odkształconą napięcia $u_G(t)$ jest wynikiem przepływu prądu generowanego w odbiorniku $i_G(t)$ przez rezystancję R i indukcyjność L źródła zasilania, zatem $u_G = u_{RG} + u_{LG}$. Ponieważ napięcie na indukcyjności u_{LG} jest dla każdej harmoniczných ortogonalne do prądu, zatem

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T u_G i_G dt &= \frac{1}{T} \int_0^T (u_{RG} + u_{LG}) i_G dt = \frac{1}{T} \int_0^T u_{RG} i_G dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T (-R i_G) i_G dt = -R \frac{1}{T} \int_0^T i_G^2 dt = -R \|i_G\|^2 = -P_G. \end{aligned} \quad (12)$$

Tak więc, moc czynna na zaciskach odbiornika ma wartość

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u_1 i_1 dt + \frac{1}{T} \int_0^T u_G i_G dt = P_1 - P_G. \quad (13)$$

Jest ona mniejsza od mocy czynnej harmoniczných podstawowej P_1 o moc czynną wszystkich harmoniczných generowanych w odbiorniku, P_G . Moc P_1 nazwano w [19] „**roboczą mocą czynną**” (ang.: working active power), zaś moc P_G nazwano „**odbity mocą czynną**” (ang. reflected active power).

Prąd odbiornika generującego harmoniczných, zasilany ze źródła napięcia sinusoidalnego, może być więc rozłożony na trzy składowe fizyczne, mianowicie

$$i = i_1 + i_G = i_{1a} + i_{1r} + i_G. \quad (14)$$

Składowe te są wzajemnie ortogonalne, zatem ich wartości skuteczne spełniają relację

$$\|i\|^2 = \|i_{1a}\|^2 + \|i_{1r}\|^2 + \|i_G\|^2. \quad (15)$$

Jak wynika ze wzoru (13), aby odbiornik miał moc czynną P , moc czynna harmoniczných podstawowej P_1 musi być większa od mocy P o moc czynną generowaną P_G . Minimalna wartość skuteczna prądu odbiornika o mocy P musi mieć wartość $\|i_{1a}\|$. Zatem współczynnik mocy odbiornika generującego harmoniczných ma wartość

$$\lambda = \frac{\|i_{1a}\|}{\|i\|} = \frac{\|i_{1a}\|}{\sqrt{\|i_{1a}\|^2 + \|i_{1r}\|^2 + \|i_G\|^2}}. \quad (16)$$

Należy tu zwrócić uwagę na to, że prąd i_{1a} nie jest prądem czynnym w sensie Fryzego [4], lecz w sensie CPC [10], gdyż wartość skuteczna prądu czynnego w sensie Fryzego ma wartość

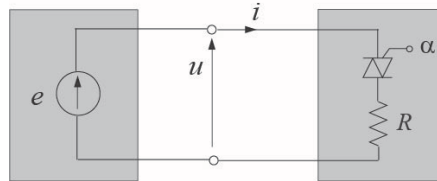
$$\|i_a\| = \frac{P}{\|u\|} \quad (17)$$

podczas gdy

$$\|i_{1a}\| = \frac{P_1}{\|u_1\|}. \quad (18)$$

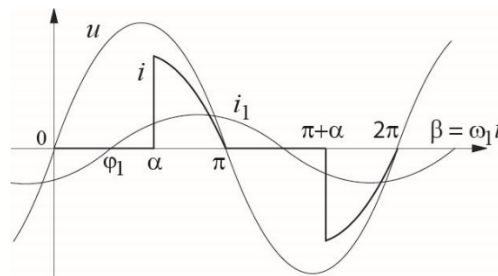
Składową czynną harmonicznej podstawowej i_{1a} , nazwano „*roboczym prądem czynnym*” (ang.: working active current).

Przykładem obwodu z odbiornikiem generującym harmoniczne jest obwód z TRIAC-iem, pokazany na Rys. 3



Rys. 3. Obwód rezystancyjny z TRIAC-iem.

Przy sinusoidalnym napięciu zasilania przebieg prądu oraz jego harmoniczna podstawowa przy pewnym, nie zerowym kącie zapłonu α , mają przebiegi pokazane na Rys. 4.



Rys. 4. Obwód rezystancyjny z TRIAC-iem.

Ponieważ harmoniczna podstawowa prądu i_1 w tym obwodzie przesunięta jest względem napięcia zasilania o pewien kąt φ_1 , zatem

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) = i_{1a} + i_{1r} \quad (19)$$

to znaczy prąd odbiornika ma składową bierną. Moc chwilowa odbiornika, czyli prędkość przepływu energii $W(t)$ ze źródła do odbiornika

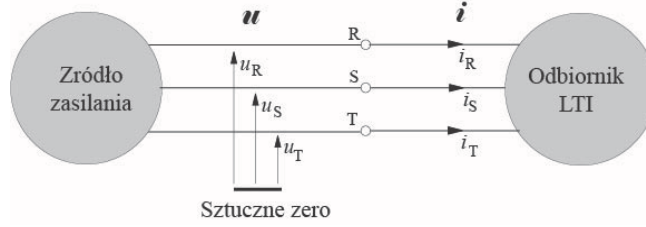
$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} = u(t)i(t) \quad (20)$$

jest nieujemna, zatem nie ma oscylacji energii w takim obwodzie. Pomimo tego, w obwodzie istnieje moc bierna o wartości

$$Q = \|u\| \|i_{1r}\| = U I_1 \sin \varphi_1. \quad (21)$$

4. OBWÓD TRÓJFAZOWY Z ODBIORNIKIEM LTI I SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Podstawowym obwodem energetycznym służącym do przesyłu dużej ilości energii jest obwód trójfazowy, trójprzewodowy, pokazany na Rys. 5. Przyjmijmy w tym rozdziale, że napięcie zasilania jest sinusoidalne i symetryczne, zaś odbiornik jest liniowy, stacjonarny (LTI), lecz może być nieźrównoważony, a więc prądy liniowe mogą nie być symetryczne. Jest to bardzo często spotykane przybliżenie rzeczywistych obwodów trójfazowych.



Rys. 5. Obwód trójfazowy, trójprzewodowy z odbiornikiem LTI.

Przy takich założeniach, wektor prądów liniowych odbiornika \mathbf{i} , nazywany dalej krótko „prądem” odbiornika, ma trzy składowe fizyczne, [9, 15, 17] prąd czynny \mathbf{i}_a , prąd bierny \mathbf{i}_r oraz prąd niezrównoważenia \mathbf{i}_u , mianowicie

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_a + \mathbf{i}_r + \mathbf{i}_u \quad (22)$$

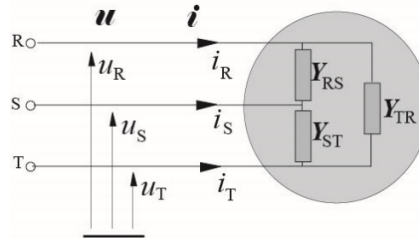
gdzie

$$\mathbf{i}_a = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{G_e 1^p U_R e^{j\omega t}\}, \quad 1^p = [1, \alpha^*, \alpha]^T, \quad \alpha = 1e^{j2\pi/3} \quad (23)$$

$$\mathbf{i}_r = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{jB_e 1^p U_R e^{j\omega t}\} \quad (24)$$

$$\mathbf{i}_u = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{Y_u 1^n U_R e^{j\omega t}\}, \quad 1^n = [1, \alpha, \alpha^*]^T. \quad (25)$$

Prądy te określone są dwiema admitancjami: admitancją równoważną odbiornika $Y_e = G_e + jB_e$ oraz admitancją niezrównoważenia odbiornika Y_u . Obliczenie tych dwóch admitancji wymaga obliczenia admitancji Y_{RS} , Y_{ST} , oraz Y_{TR} , odbiornika o strukturze Δ , pokazanego na Rys. 6, równoważnego ze względu na prąd \mathbf{i} przy napięciu \mathbf{u} , oryginalnemu odbiornikowi LTI.



Rys. 6. Obwód równoważny odbiornika LTI o strukturze Δ .

Każdy odbiornik trójfazowy ma [12] nieskończoną liczbę takich odbiorników równoważnych, co oznacza, że jedna z admitancji Y_{RS} , Y_{ST} , lub Y_{TR} może mieć dowolną wartość, w szczególności zero. Admitancje te określają admitancję równoważną odbiornika trójfazowego

$$Y_e = G_e + jB_e = Y_{ST} + Y_{TR} + Y_{RS} \quad (26)$$

oraz admitancję niezrównoważenia

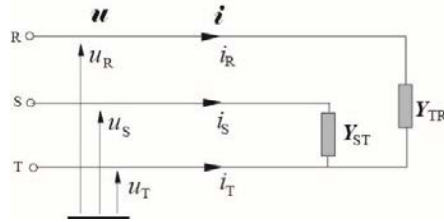
$$Y_u = Y_u e^{j\psi} = -(Y_{ST} + \alpha Y_{TR} + \alpha^* Y_{RS}). \quad (27)$$

Jeśli przyjmie się, że admitancja $Y_{RS} = 0$, to obwód równoważny redukuje się do obwodu pokazanego na Rys. 7, i wówczas admitancje obwodu równoważnego, pokazanego na Rys. 7, mają wartości, odpowiednio

$$Y_{TR} = \frac{I_R}{U_R - U_T}, \quad Y_{ST} = \frac{I_S}{U_S - U_T}, \quad (28)$$

co upraszcza wzory na admitancję równoważną oraz admitancję niezrównoważenia jak następuje

$$Y_e = Y_{ST} + Y_{TR}, \quad Y_u = -(Y_{ST} + \alpha Y_{TR}). \quad (29)$$



Rys. 7. Obwód równoważny odbiornika LTI o strukturze Δ z zerową admitancją Y_{RS} .

Trójfazowe wartości skuteczne składowych fizycznych prądu odbiornika trójfazowego LTI są równe, odpowiednio

$$\|\mathbf{i}_a\| = G_e \|\mathbf{u}\| \quad (30)$$

$$\|\mathbf{i}_t\| = /B_e \|\mathbf{u}\| \quad (31)$$

$$\|\mathbf{i}_u\| = Y_u \|\mathbf{u}\| \quad (32)$$

gdzie trójfazowa wartość skuteczna napięcia zasilania wynosi

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{U_R^2 + U_S^2 + U_T^2} = \sqrt{3} U_R. \quad (33)$$

Składowe fizyczne prądu są wzajemnie ortogonalne, zatem trójfazowa wartość skuteczna prądu odbiornika trójfazowego LTI ma wartość

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_t\|^2 + \|\mathbf{i}_u\|^2}. \quad (34)$$

Poprawność obliczania współczynnika mocy w obwodach trójfazowych zależy od poprawności wyboru definicji mocy pozornej S . Rozbieżność co do tej definicji pojawiła się już w roku 1922, gdy American Institute of Electrical Engineers (AIEE) nie był w stanie rozstrzygnąć, która z definicji mocy pozornej, definicja arytmetyczna

$$S = U_R I_R + U_S I_S + U_T I_T = S_A \quad (35)$$

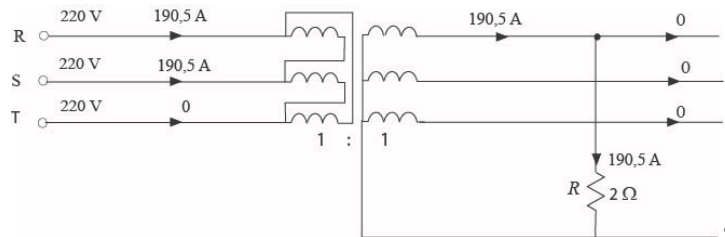
czy definicja geometryczna

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = S_G \quad (36)$$

jest poprawną definicją mocy pozornej S . Ostatecznie, obie definicje znalazły się w amerykańskich standardach i rozprzestrzeniły się w elektrotechnice. W 1922 r. Buchholtz wprowadził [2] inną definicję mocy pozornej, mianowicie

$$S = \sqrt{U_R^2 + U_S^2 + U_T^2} \sqrt{I_R^2 + I_S^2 + I_T^2} = S_B \quad (37)$$

która nie rozprzestrzeniła się w elektrotechnice w stopniu porównywalnym z poprzednimi definicjami. Być może dlatego, że w obwodach zrównoważonych te trzy definicje są sobie liczbowo równoważne. Różnica pojawia się dopiero wtedy, gdy odbiornik jest niezrównoważony. Ilustruje to obwód pokazany na Rys. 8. Obwód jest czysto rezystancyjny, z idealnym transformatorem o przekładni zwojowej 1:1.



Rys. 8. Przykład obwodu niezrównoważonego.

Moc czynna tego obwodu wynosi $P = 304$ kW, zaś moc pozorna, zależnie od użytej definicji

$$S_A = 351 \text{ kVA}, \quad S_G = 304 \text{ kVA}, \quad S_B = 430 \text{ kVA}.$$

Zależnie od wyboru definicji mocy pozornej, otrzymuje się więc różne wartości współczynnika mocy, mianowicie.

$$\lambda_A = \frac{P}{S_A} = 0,86, \quad \lambda_G = \frac{P}{S_G} = 1, \quad \lambda_B = \frac{P}{S_B} = 0,71.$$

Analiza poprawności wyboru definicji mocy pozornej S została przeprowadzona w 1999r. w artykule [13]. Analiza ta miała odpowiedzieć na pytanie, jaka powinna być wartość współczynnika mocy λ , aby poprawnie ocenić przesyłowe straty energii? Okazało się, że straty te oszacowane są poprawnie, jeśli współczynnik ten jest obliczony stosując definicję mocy pozornej S proponowaną przez Buchholz'a. Wcześniej w 1988r., w artykule [9], w którym przedstawiono teorię mocy obwodów trójfazowych z niesinusoidalnym napięciem zasilania, moc pozorna została zdefiniowana wzorem

$$S = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}\| \quad (38)$$

Definicja mocy pozornej S Buchholz'a jest szczególnym przypadkiem tej definicji, mianowicie, wtedy gdy napięcia i prądy obwodu są sinusoidalne.

Biorąc pod uwagę powyższe wyniki, współczynnik mocy obwodu trójfazowego z odbiornikami LTI może być przedstawiony jak następuje

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\|\mathbf{i}_a\|}{\|\mathbf{i}\|} = \frac{\|\mathbf{i}_a\|}{\sqrt{\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_r\|^2 + \|\mathbf{i}_u\|^2}} = \frac{G_e}{\sqrt{G_e^2 + B_e^2 + Y_u^2}} \quad (39)$$

Tak więc, współczynnik mocy jest określony całkowicie trzema parametrami odbiornika, mianowicie, konduktancją równoważną G_e , susceptancją równoważną B_e , oraz modulem admitancji niezrównoważenia Y_u .

Niska wartość współczynnika mocy jest bardzo często w środowisku elektrotechnicznym kojarzona z oscylacją energii między źródłem zasilania a odbiornikiem. Sprawdźmy zatem, czy takie kojarzenie jest uzasadnione. Wyznamy w tym celu przebieg mocy chwilowej $p(t)$, czyli prędkość przepływu energii.

$$\frac{dW(t)}{dt} = p(t) = \mathbf{u}(t)^T \dot{\mathbf{i}}(t) = \mathbf{u}(t)^T [\dot{\mathbf{i}}_a(t) + \dot{\mathbf{i}}_r(t) + \dot{\mathbf{i}}_u(t)] = p_a(t) + p_r(t) + p_u(t). \quad (40)$$

Tak więc, każda składowa fizyczna prądu ma swój udział w przepływie energii, niezależnie od pozostających składowych.

Moc chwilowa stowarzyszona z prądem czynnym $p_a(t)$ może być przedstawiona w postaci

$$p_a(t) = \mathbf{u}(t)^T \dot{\mathbf{i}}_a(t) = \mathbf{u}(t)^T G_e \mathbf{u}(t) = G_e \|\mathbf{u}\|^2 = \text{const} = P. \quad (41)$$

Moc chwilowa stowarzyszona z prądem biernym $p_r(t)$ może być przedstawiona w postaci

$$\begin{aligned} p_r(t) = \mathbf{u}(t)^T \dot{\mathbf{i}}_r(t) &= \sqrt{2} U_R \cos(\omega t) \sqrt{2} I_R \cos(\omega t - \varphi) + \\ &+ \sqrt{2} U_R \cos(\omega t - 2\pi/3) \sqrt{2} I_R \cos(\omega t - 2\pi/3 - \varphi) + \\ &+ \sqrt{2} U_R \cos(\omega t + 2\pi/3) \sqrt{2} I_R \cos(\omega t + 2\pi/3 - \varphi) = 0. \end{aligned} \quad (42)$$

Tak więc istnienie prądu biernego $\dot{\mathbf{i}}_r$ w prądzie odbiornika trójfazowego nie jest stowarzyszone z jakimkolwiek przepływem energii między źródłem zasilania a odbiornikiem.

Moc chwilowa stowarzyszona z prądem niezrównoważenia $p_u(t)$ może być przedstawiona w postaci

$$\begin{aligned}
p_u(t) = \mathbf{u}(t)^T \dot{\mathbf{i}}_u(t) &= \sqrt{2} U_R \cos(\omega t) \sqrt{2} I_{uR} \cos(\omega t + \psi) + \\
&+ \sqrt{2} U_R \cos(\omega t - 2\pi/3) \sqrt{2} I_{uR} \cos(\omega t + 2\pi/3 + \psi) + \\
&+ \sqrt{2} U_R \cos(\omega t + 2\pi/3) \sqrt{2} I_{uR} \cos(\omega t - 2\pi/3 + \psi) = D_u \cos(2\omega t + \psi). \quad (43)
\end{aligned}$$

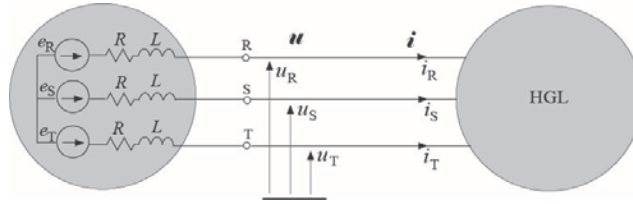
gdzie

$$D_u = \|\mathbf{u}\| \|\dot{\mathbf{i}}_u\| \quad (44)$$

jest mocą niezrównoważenia odbiornika [9, 15, 17]. Tak więc, w obwodzie trójfazowym z odbiornikiem LTI mogą istnieć oscylacje energii, lecz nie z powodu obecności prądu biernego $\dot{\mathbf{i}}_r$, lecz z powodu obecności prądu niezrównoważenia $\dot{\mathbf{i}}_u$.

5. OBWÓD TRÓJFAZOWY Z ODBIORNIKIEM GENERUJĄCYM HARMONICZNE I SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Tak jak w przypadku obwodów jednofazowych, tak i w obwodach trójfazowych, odbiornik ze względu na nieliniowość lub okresowe łączenie, może być źródłem harmonicznym (HGL). Rys. 9 przedstawia podstawową strukturę takiego obwodu.



Rys. 9. Obwód trójfazowy z odbiornikiem typu HGL.

Jego opis w ramach teorii mocy opartej na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu nie różni się zasadniczo od opisu obwodu jednofazowego z takim samym odbiornikiem typu HGL. Harmoniczne generowane w odbiorniku przenoszą energię do źródła zasilania, gdzie jest ona rozpraszana na rezystancji wewnętrznej źródła R . Moc czynna tych harmonicznym ma wartość

$$P_G = R \|\dot{\mathbf{i}}_G\|^2 \quad (45)$$

gdzie $\|\dot{\mathbf{i}}_G\|$ jest trójfazową wartością skuteczną generowanych harmonicznym prądu,

$$\|\dot{\mathbf{i}}_G\| = \sqrt{\|i_{RG}\|^2 + \|i_{SG}\|^2 + \|i_{TG}\|^2}, \quad \|i_{LG}\| = \sqrt{\sum_{n \in N, n \neq 1} I_n^2}, \quad L = R, S, T. \quad (46)$$

Tak jak w przypadku obwodów jednofazowych, energia przenoszona jest ze źródła do odbiornika przez harmoniczną podstawową, i moc czynna obserwowana na zaciskach odbiornika jest mniejsza od mocy czynnej harmonicznym podstawowej P_1 o moc generowaną P_G , mianowicie

$$P = P_1 - P_G. \quad (47)$$

Prąd odbiornika niezrównoważonego typu HGL może być rozłożony na cztery składowe fizyczne

$$\dot{\mathbf{i}} = \dot{\mathbf{i}}_{1a} + \dot{\mathbf{i}}_{1r} + \dot{\mathbf{i}}_{1u} + \dot{\mathbf{i}}_G. \quad (48)$$

Są one wzajemnie ortogonalne, zatem

$$\|\dot{\mathbf{i}}\|^2 = \|\dot{\mathbf{i}}_{1a}\|^2 + \|\dot{\mathbf{i}}_{1r}\|^2 + \|\dot{\mathbf{i}}_{1u}\|^2 + \|\dot{\mathbf{i}}_G\|^2. \quad (49)$$

Aby odbiornik HGL miał moc czynną P , minimalna trójfazowa wartość skuteczną prądu musi mieć wartość $\|\dot{\mathbf{i}}_{1a}\|$. Zatem współczynnik mocy odbiornika generującego harmonicznym ma wartość

$$\lambda = \frac{\|\dot{\mathbf{i}}_{1a}\|}{\|\dot{\mathbf{i}}\|} = \frac{\|\dot{\mathbf{i}}_{1a}\|}{\sqrt{\|\dot{\mathbf{i}}_{1a}\|^2 + \|\dot{\mathbf{i}}_{1r}\|^2 + \|\dot{\mathbf{i}}_{1u}\|^2 + \|\dot{\mathbf{i}}_G\|^2}}. \quad (50)$$

Tak więc, wszystkie składowe fizyczne prądu oddziałują, niezależnie od siebie, na współczynnik mocy odbiornika.

6. OBWÓD JEDNOFAZOWY Z ODBIORNIKIEM LTI I NIESINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

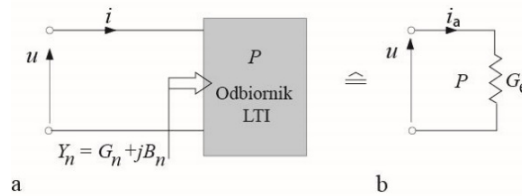
We wszystkich poprzednich sekcjach tego artykułu było przyjęte, że napięcie zasilania jest sinusoidalne. Odpowiedźmy teraz, jak odkształcenie napięcia oddziałuje na współczynnik mocy, zaczynając od obwodu jednofazowego z odbiornikiem LTI. Warto tu zwrócić uwagę że to, pozornie proste pytanie, było centralnym pytaniem badań nad teorią mocy, na które w ciągu niemal całego XX wieku nie było odpowiedzi. Odpowiedzi na to pytanie w ramach teorii mocy Budeanu [3], Fryze'go [4], Shepherd'a i Zakikhani'ego, [5], Kusters'a i Moore'a [6], Depenbrock'a [11] oraz Tenti'ego [16], okazały się błędne. Odpowiedź została ostatecznie znaleziona [7, 8] dopiero w 1983r., w ramach teorii mocy opartej na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu. Stało się to możliwe dzięki ujawnieniu w prądzie odbiornika LTI istnienia **prądu rozrzutu**, stowarzyszonego ze zjawiskiem zmiany konduktancji odbiornika z częstotliwością.

Rozpatrzmy obwód pokazany na Rys. 10(a), zasilany napięciem odkształconym

$$u = U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} U_n e^{jn\omega_1 t} = \sum_{n \in N_0} u_n \quad (51)$$

Właściwości elektryczne odbiornika LTI określone są jego admitancją dla częstotliwości harmonicznych

$$Y_n = G_n + jB_n. \quad (52)$$



Rys. 10. Obwód jednofazowy z odbiornikiem LTI (a) i równoważny mu, ze względu na moc czynną obwód rezystancyjny (b).

Prąd tego odbiornika ma przebieg

$$i = Y_0 U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} Y_n U_n e^{jn\omega_1 t} \quad (53)$$

Ze względu na moc czynną P , odbiornik taki jest równoważny (wg. Fryze'go) odbiornikowi czysto rezystancyjnemu, pokazanemu na Rys10(b), o konduktancji

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} \quad (54)$$

zwanej konduktancją równoważną. Odbiornik ten obciąża źródło zasilania prądem czynnym

$$i_a \stackrel{\text{df}}{=} G_e u = G_e U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} G_e U_n e^{jn\omega_1 t}. \quad (55)$$

Pozostała część prądu

$$\begin{aligned} i - i_a &= (Y_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} (Y_n - G_e)U_n e^{jn\omega_1 t} = \\ &= (Y_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} (G_n + jB_n - G_e)U_n e^{jn\omega_1 t} \end{aligned} \quad (56)$$

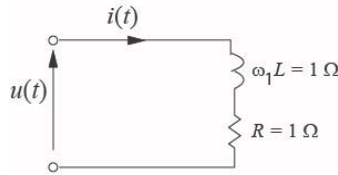
nie bierze udziału w przenoszeniu energii. Można ją rozłożyć na dwie składowe

$$\sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} jB_n U_n e^{jn\omega_1 t} \stackrel{\text{df}}{=} i_r \quad (57)$$

$$(G_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} (G_n - G_e)U_n e^{jn\omega_1 t} \stackrel{\text{df}}{=} i_s. \quad (58)$$

Pierwsza składowa, prąd bierny i_r , jest stowarzyszona ze zjawiskiem przesunięcia harmonicznych prądu względem napięcia. Druga składowa, i_s , jest stowarzyszona ze zjawiskiem zmiany konduktancji odbiornika G_n z częstotliwością harmonicznych. Ponieważ wartości konduktancji odbiornika G_n dla częstotliwości harmonicznych są zwykle rozrzucone wokół wartości konduktancji równoważnej G_e , zatem prąd i_s nazwano [7, 8] **prądem rozrzutu** (ang.: *scattered current*).

Zmiana konduktancji G_n odbiornika z częstotliwością, jest powszechną właściwością większości odbiorników czynno-reakcyjnych. Rozpatrzmy dla przykładu odbiornik RL, pokazany na Rys. 11.



Rys. 11. Przykład odbiornika RL.

Konduktancja takiego odbiornika zależy od rzędu harmonicznej n jak poniżej

$$G_n = \operatorname{Re}\{Y_n\} = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{R + jn\omega_1 L}\right\} = \frac{R}{R^2 + (n\omega_1 L)^2}. \quad (59)$$

Dla parametrów odbiornika podanych na Rys. 11, konduktancja ta, dla kilku harmonicznych, wynosi

$$G_0 = 1,0 \text{ S}, \quad G_1 = 0,5 \text{ S}, \quad G_2 = 0,2 \text{ S}, \quad G_3 = 0,1 \text{ S}, \quad G_4 = 0,06 \text{ S}$$

a więc zmienia się wokół pewnej konduktancji równoważnej, o stałej wartości G_e .

Tak więc, prąd odbiornika LTI zasilanego napięciem odkształconym może być rozłożona na trzy składowe fizyczne, mianowicie

$$i = i_a + i_s + i_r. \quad (60)$$

Prądy te są wzajemnie ortogonalne, zatem ich wartości skuteczne spełniają relację

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2 \quad (61)$$

i współczynnik mocy może być przedstawiony w postaci

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\|i_a\|}{\|i\|} = \frac{\|i_a\|}{\sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2}}. \quad (62)$$

7. WNIOSKI

Współczynnik mocy jest jedną z najważniejszych miar opisujących skuteczność przesyłu energii w systemach energetycznych. Wpływ różnych cech obwodu i napięcia zasilania na ten współczynnik okazał się jednak jednym z najtrudniejszych problemów elektrotechniki XX wieku. Artykuł ten pokazuje, że teoria mocy oparta na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu jest bardzo skutecznym narzędziem teoretycznym pozwalającym wyjaśniać wpływ różnych cech obwodu na wartość tego współczynnika. Niestety, omówienie tego zagadnienia w ramach jednego artykułu, ze względu na jego ograniczoną objętość, nie jest możliwe. Możliwe jest natomiast ekstrapolowanie przedstawionej w artykule metody opartej na koncepcji CPC na obwody i sytuacje bardziej złożone.

LITERATURA

- [1] Ch.P. Steinmetz, "Does phase displacement occur in the current of electric arcs?" (In German), *ETZ*, 587, 1892.
- [2] F. Buchholz, "Die Drehstromscheinleistung bei Ungleichmäßiger Belastung der drei Zweige", *Licht und Kraft*, pp. 9-11, 1922.
- [3] C.I. Budeanu, Puissances Reactives et Fictives, *Institut Romain de l'Energie*, Bucharest, 1927.
- [4] S. Fryze, "Moc rzeczywista, urojona i pozorna w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia", *Przegląd Elektrotechniczny*, z. 7, pp. 193-203, z. 8, pp. 225-234, 1931, z. 22, pp. 673-676, 1932.
- [5] W. Shepherd, P. Zakikhani, "Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems", *Proc. IEE*, 119, No. 9, pp. 1361-1362, 1972.
- [6] N.L. Kusters, W.J.M. Moore, "On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions", *IEEE Trans. Pow. Appl. Syst.*, PAS-99, No. 3, pp. 1845-1854, 1980.
- [7] L.S. Czarnecki, "Składowe ortogonalne prądu odbiorników liniowych" *Zeszyty Naukowe Polit. Śląskiej ELEKTRYKA*, No. 86, pp. 5-17, Gliwice, 1983.
- [8] L.S. Czarnecki, "Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations", *IEEE Trans. Instr. Meas.*, IM-34, No. 3, pp. 399-404, 1984.
- [9] L.S. Czarnecki, "Orthogonal decomposition of the current in a three-phase non-linear asymmetrical circuit with nonsinusoidal voltage", *IEEE Trans. IM*, IM-37, No. 1, pp. 30-34, 1988.
- [10] L.S. Czarnecki and T. Swietlicki, "Powers in nonsinusoidal networks, their analysis, interpretation and measurement," *IEEE Trans. Instr. Measur.*, Vol. IM-39, No. 2, pp. 340-344, April 1990.
- [11] M. Depenbrock, "The FDB-method, a generalized applicable tool for analyzing power relations", *IEEE Trans. on Power Delivery*, 8, No. 2, pp. 381-387, 1993.
- [12] L.S. Czarnecki, "Equivalent circuits of unbalanced loads supplied with symmetrical and asymmetrical voltage and their identification", *Archiv fur Elektrotechnik*, 78 pp. 165-168, 1995.
- [13] L.S. Czarnecki, "Energy flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality", *Archiv fur Elektrotechnik*, 82, No. 4, pp. 10-15, 1999.
- [14] L.S. Czarnecki, "Power factor measurement," *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, John Wiley & Sons. 1999.
- [15] L.S. Czarnecki, *Moce w Obwodach Elektrycznych z Niesinusoidalnymi Przebiegami Prądów i Napięć*, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*, 2005.
- [16] E. Tedeschi, P. Tenti, "Cooperative design and control of distributed harmonic and reactive compensators", *Proc. of International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation*, ISNCC 2008, Poland, 2008.
- [17] L.S. Czarnecki, "Powers and compensation in circuits with nonsinusoidal voltages and currents, Part 4. Current's Physical Components and compensation three-phase unbalanced systems in sinusoidal conditions", *On-line Journal: Automatyka, Elektryka, Zakłócenia, (Control, Electrical Engineering, Disturbances)*, www.elektro-innowacje.pl, Vol. 1, No. 4, pp. 57-65, 2011.
- [18] L.S. Czarnecki, "Powers and compensation in circuits with nonsinusoidal voltages and currents, Part 3. Current's Physical Components and compensation in single-phase with Harmonic Generating Loads (HGL)," *On-line Journal: Automatyka, Elektryka, Zakłócenia, (Control, Electrical Engineering, Disturbances)*, www.elektro-innowacje.pl, Vol. 1, No. 3, pp. 44-54, 2011.
- [19] L.S. Czarnecki, "Working, reflected and detrimental active powers", *IET on Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 6, No. 3, pp. 223-239, 2012.
- [20] L.S. Czarnecki, "Powers and compensation in circuits with nonsinusoidal voltages and currents, Część 11. Krytyczne uwagi do normy DIN 40100; Domniemany wpływ oscylacji energii na współczynnik mocy oraz krytyczna weryfikacja sensu fizycznego mocy bierniej". *On-line Journal: Automatyka, Elektryka, Zakłócenia, (Electrical Engineering, Control, Disturbances)*, www.elektro-innowacje.pl, 2017.