

FIZYCZNE PODSTAWY TEORII MOCY OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH

Leszek S. Czarnecki, IEEE Life Fellow, Louisiana State University, USA

Dostawa energii od jej producentów do odbiorców jest opisywana za pomocą różnych mocy elektrycznych, definiowanych w ramach teorii mocy obwodów elektrycznych. Niestety, istnieje obecnie kilka takich teorii. Wszystkie one są matematycznie poprawne, mogą się jednak zasadniczo różnić co do interpretacji zjawisk towarzyszących przesyłowi energii oraz ich wpływowi na skuteczność tego przesyłu. Zjawiska te i ich interpretacje są właśnie przedmiotem tego artykułu. Wyjaśnienie i poprawna interpretacja zjawisk fizycznych związanych z przesyłem energii elektrycznej jest krytycznie ważna dla poprawnego definiowania mocy elektrycznych i metod kompensacji.

Physical Fundamentals of the Power Theory of Electrical Systems

Delivery of the electric energy from its producers to customers is described in terms of powers, defined in a frame of power theories of electrical systems. Currently there are several of such theories, however. All of them are mathematically correct but differ as to the interpretation of the physical phenomena which accompany the energy transfer and affect its effectiveness. These phenomena are discussed in this paper. Explanation and credible interpretation of the physical phenomena that accompany the energy transfer is crucially important for right definition of the electrical powers and methods of compensation.

1. WSTĘP

Trzy główne moce służące do opisu właściwości energetycznych systemów elektrycznych, moc czynną P , moc bierną Q i moc pozorną S wprowadzono do elektrotechniki w końcu XIX wieku. W roku 1892, Steinmetz zaobserwował [1], że nawet wtedy, gdy moc bierna Q jest równa zero, moc pozorna S może być większa od mocy czynnej P , a zatem spełniają one nierówność

$$S \geq P. \quad (1)$$

Ponieważ dostawca energii musi ją dostarczać odbiorcy z mocą pozorną S , zaś odbiorca użytkownik tę energię z mocą czynną P , nierówność ta ma podstawowe znaczenie dla ekonomii systemu energetycznego; motywuje też pytania o przyczyny tej nierówności oraz metody jej zmniejszenia.

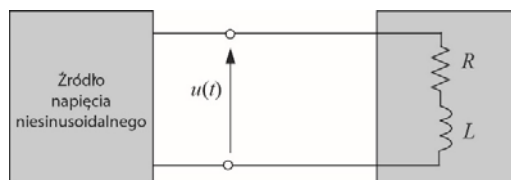
Obserwacja Steinmetza zapoczątkowała prace badawcze nad wyjaśnieniem tej nierówności, które to wyjaśnienie okazało się być jednym z najtrudniejszych problemów elektrotechniki XX wieku, nad którym pracowało setki naukowców. Poświęcono mu setki artykułów oraz wiele prac doktorskich i habilitacyjnych. Powstało też wiele teorii mocy wyjaśniających tę nierówność. Do najbardziej znanych teorii należą teorie mocy (1927) Budeanu [3], (1931) Fryze'go [4, 13], (1972) Shepherd'a i Zakikhani'ego [5], (1980) Kusters'a i Moore'a [6], (1984) Nabae'a i Akagi'ego [9], (1993) Depenbrock'a [12], oraz (2003) Tenti'ego [15]. Wokół tych teorii, z których pewne zostały uznane nawet za międzynarodowe standardy; publikowanych w artykułach i podręcznikach elektrotechniki; powstały „szkoły” naukowców, podobnie opisujących zjawiska energetyczne w obwodach czy systemach energetycznych. Pewne definicje mocy zostały poparte decyzjami komitetów naukowo-technicznych o zasięgu międzynarodowym. Tak jest na przykład w przypadku definicji mocy pozornej S w obwodach trójfazowych. American Institute of Electrical Engineers (AIEE), nie mogąc w 1920r. rozstrzygnąć [2], która z definicji tej mocy, arytmetyczna czy geometryczna, jest poprawna, wprowadził do Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms [14] obie definicje. Ten sam słownik pojęć standardowych, podaje definicje mocy biernej Q i mocy odkształcenia D według propozycji Budeanu. Moce według Budeanu, oraz całkowicie odmienne moce definiowane według Fryzego, poparte są normą niemiecką DIN 40100. Definicje mocy zaproponowane przez Kusters'a i Moore'a oraz metoda kompensacji została poparta przez International Electrotechnical Commission (IEC).

The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) powołał nawet a Committee for Definition of the Reactive Power in Nonsinusoidal Systems, który stworzył dokument poświęcony definicjom mocy w systemach z niesinusoidalnym napięciem, znany jako Standard 1459.

Wszystkie te teorie mocy są matematycznie poprawne. Najmniejszy błąd matematyczny eliminuje oczywiście teorię mocy z dyskusji nad nią. Pomimo tej poprawności, żadna z nich nie wyjaśnia, dlaczego moc pozorna S może być większa od mocy czynnej P odbiornika i jakie zjawiska w odbiorniku są za tę nierówność odpowiedzialne. Tak więc, po niemal stu latach badań i prac nad rozwojem teorii mocy, żadna z tych teorii nie wyjaśnia obserwacji Steinmetza (1).

Taki stan rozwoju teorii mocy nie przyczynił się do opracowania metod kompensacji obwodów z niesinusoidalnym napięciem zasilania. Pierwsze wyniki dotyczące kompensacji reaktancyjnej uzyskali Shepherd i Zakikhani [5] w 1970 oraz Kusters i Moore [6], w 1980, lecz była to wyłącznie kompensacja pojemnościowa. Metoda Kusters'a i Moore'a obliczania pojemności kompensującej przy niesinusoidalnym napięciu zasilania została zalecona przez IEC, lecz okazało się [8], że nie jest ona poprawna w rzeczywistych warunkach zasilania, to jest wtedy, gdy źródło zasilania ma impedancję o charakterze indukcyjnym. Teoria Chwilowej Mocy Biernej p - q Nabae'a i Akagi'ego [9] umożliwia sterowanie kompensatora kluczującego, zwykle nazywanego "aktywnym filtrem mocy", jednak pod warunkiem [17], że napięcie zasilania jest sinusoidalne, a jeśli jest już ono sinusoidalne, to musi być jeszcze symetryczne [18].

Negatywnym podsumowaniem wysiłku naukowego i prac nad wyjaśnieniem zjawisk energetycznych w obwodach elektrycznych i kompensacją jest fakt, że do 1983r. żadna z teorii mocy nie była w stanie wyjaśnić zjawisk energetycznych w tak prostym obwodzie, pokazanym na Rys. 1, jak szeregowy odbiornik RL ze źródłem napięcia niesinusoidalnego oraz zaproponować metodę jego kompensacji, a także rozstrzygnąć, czy kompensacja takiego odbiornika do współczynnika mocy $\lambda = P/S = 1$ jest możliwa czy nie?



Rys. 1. Obwód z odbiornikiem RL i niesinusoidalnym napięciem zasilania.

Zjawiska fizyczne w takim obwodzie, wraz z kompensacją, zostały wyjaśnione w 1983r. [7, 10] w ramach nowej teorii mocy, opartej na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu (ang.: Currents' Physical Components - CPC). Obejmuje ona obecnie obwody jednofazowe i trójfazowe, z odbiornikami liniowymi, stacjonarnymi, a także z odbiornikami nieliniowymi, oraz z odbiornikami o okresowo zmiennymi parametrami, to jest z odbiornikami generującymi harmoniczne. Teoria ta stworzyła podstawy syntezy kompensatorów reaktancyjnych oraz algorytmów sterowania kompensatorów kluczujących. Jest ona obecnie najbardziej zaawansowaną teorią mocy obwodów i systemów elektrycznych. Dlatego warto jest zestawić i wyjaśnić zjawiska fizyczne, na których teoria ta jest zbudowana. Są to bowiem zjawiska, które decydują o skuteczności przesyłu energii w systemach elektrycznych.

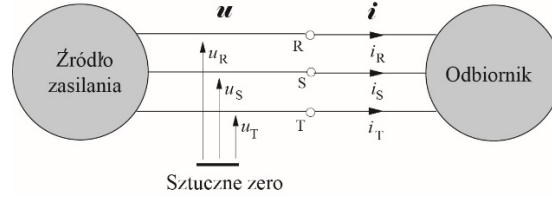
Jak długo myślimy i dyskutujemy nad zjawiskami fizycznymi, wnioski mają charakter subiektywny. Możemy mieć różne opinie w kwestii, co jest a co nie jest zjawiskiem fizycznym i jakie są jego cechy. Takie opinie mogą jednak nie mieć znaczenia praktycznego. Natomiast synteza kompensatorów lub ich sterowanie w oparciu o te wnioski i opinie może mieć bardzo konkretne skutki praktyczne – kompensator może działać poprawnie lub nie. Zastosowanie tych wniosków może być testem na ich poprawność.

2. MOC CHWIŁOWA

Właściwości energetyczne obwodów są zwykle opisywane poprzez moce. Najbardziej podstawową z tych mocy jest moc chwilowa $p(t)$. Jest ona definiowana jako prędkość przepływu energii elektrycznej $W(t)$ ze źródła zasilania do odbiornika. Jeśli przy napięciu zasilania odbiornika jednofazowego $u(t)$, jego prąd ma przebieg $i(t)$, to moc chwilowa na zaciskach zasilania odbiornika ma przebieg

$$p(t) = \frac{d}{dt} W(t) = u(t) i(t) . \quad (2)$$

W obwodach trójfazowych, przy oznaczeniach takich, jak na Rys. 2



Rys. 2. Struktura obwodu trójfazowego, trójprzewodowego.

moc chwilowa definiowana jest jak poniżej

$$p(t) = \frac{d}{dt} W(t) = u_R i_R + u_S i_S + u_T i_T = \mathbf{u}^T \mathbf{i}. \quad (3)$$

Jest więc ona iloczynem wektorowym wektorów trójfazowych prądu i napięcia na zaciskach odbiornika

$$\mathbf{u} = [u_R, u_S, u_T]^T, \quad \mathbf{i} = [i_R, i_S, i_T]^T. \quad (4)$$

Moc chwilowa, jako prędkość przepływu energii, ma wśród wszystkich mocy elektrycznych najbardziej oczywistą interpretację fizyczną.

Moc czynna P , definiowana jako wartość średnia mocy chwilowej w okresie T zmienności napięcia,

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \quad (5)$$

uważana jest za moc o interpretacji fizycznej równie oczywistej jak interpretacja mocy chwilowej. Zauważmy jednak, że moc czynna definiowana jest tylko dla przebiegów okresowych, o określonym okresie T . Przebiegi okresowe są jednak jedynie aproksymacją przebiegów rzeczywistych. Może być także kwestią dyskusyjną, czy wielkość uśredniona w pewnym przedziale czasowym jest wielkością fizyczną czy nie?

Fakt, że moc chwilowa ma tak oczywistą interpretację fizyczną, skłaniał pewnych naukowców do wyrażania poglądu, że właśnie moc chwilowa $p(t)$ powinna być główną wielkością energetyczną, wokół której należy budować teorię mocy obwodów elektrycznych. Polemizując z tym poglądem, zauważmy jednak, że nierówność (1), którą teoria mocy powinna wyjaśnić, nie może być wyrażona przy pomocy mocy chwilowej. Jednak na przekór tej obserwacji, moc chwilowa $p(t)$ jest jedną z dwóch mocy, na której oparta jest Teoria Chwilowej Mocy Biernej p-q. (TCMB) (ang.: Instantaneous Reactive Power p-q Theory) Nabae'a i Akagi'ego [9]. Występuje ona w niej pod zmienioną nazwą "**chwilowej mocy czynnej**". Obliczana jest ona w ramach TCMB, wraz z drugą wielkością energetyczną tej teorii, "**chwilową mocą bierną**" q , z wielkości fazowych prądów i napięć odbiornika trójfazowego zasilanego trójprzewodowo, przeliczonych do ortogonalnych współrzędnych α i β za pomocą Transformacji Clarke'a:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3/2}, & 0 \\ 1/\sqrt{2}, & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_R \\ x_S \end{bmatrix}. \quad (6)$$

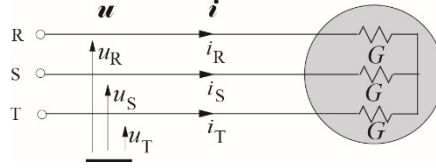
Moce chwilowe TCMB p-q odbiornika trójfazowego zasilanego trójprzewodowo definiowane są we współrzędnych α i β , wzorami

$$p = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta \quad (7)$$

$$q = u_\alpha i_\beta - u_\beta i_\alpha. \quad (8)$$

Teoria ta została opracowana pod kątem sterowania kompensatorów kluczujących. Według jej autorów, kompensator powinien całkowicie kompensować chwilową moc bierną q oraz składową przemenną \tilde{p} chwilowej mocy czynnej p . Oznacza to, że odbiornik skompensowany może obciążać źródło zasilania

wyłącznie mocą chwilową o nieziennej wartości, \bar{p} . Niestety, jest to wniosek błędny, wynikający z nieznaności właściwości mocy chwilowej $p(t)$, prowadzący do błędnego sterowania kompensatorem. Aby to pokazać, rozważmy idealny odbiornik trójfazowy, to jest zrównoważony odbiornik czysto rezystancyjny, pokazany na Rys. 3.



Rys. 3. Idealny trójfazowy odbiornik rezystancyjny.

Współczynnik mocy takiego odbiornika jest oczywiście równy $\lambda = P/S = 1$. Jeśli taki idealny odbiornik zasilany jest napięciem odkształconym, to nie zmienia to współczynnika mocy. Sprawdźmy jednak, jak odkształcenie napięcia wpływa na jego moc chwilową. W tym celu przyjmijmy, że napięcia zasilania jest symetryczne, lecz odkształcone 5-tą harmoniczną, to jest

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_5. \quad (9)$$

Przyjmijmy też, że harmoniczne napięcia linii R odbiornika mają przebiegi

$$u_{R1} \triangleq \sqrt{2} U_1 \cos \omega_1 t, \quad u_{R5} \triangleq \sqrt{2} U_5 \cos 5\omega_1 t. \quad (10)$$

Moc chwilowa odbiornika może być wyrażona w postaci

$$p(t) = \mathbf{u}^T \mathbf{i} = \mathbf{u}^T G \mathbf{u} = G[\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_5]^T [\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_5] = G(\mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_5^T \mathbf{u}_5 + \mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_5 + \mathbf{u}_5^T \mathbf{u}_1). \quad (11)$$

Dwa pierwsze wyrazy są równe, odpowiednio

$$G \mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_1 = G \|\mathbf{u}_1\|^2 = P_1, \quad G \mathbf{u}_5^T \mathbf{u}_5 = G \|\mathbf{u}_5\|^2 = P_5 \quad (12)$$

gdzie P_1 oraz P_5 oznaczają moce czynne harmonicznej podstawowej i piątego rzędu, zaś symbol $\|\cdot\|$ oznacza trójfazową wartość skuteczną napięcia tych harmonicznych. Ostatnie dwa wyrazy wyrażenia (11) mogą być przedstawione w postaci

$$G(\mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_5 + \mathbf{u}_5^T \mathbf{u}_1) = 6GU_1U_5 \cos 6\omega_1 t. \quad (13)$$

Tak więc, moc chwilowa odbiornika ma przebieg

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = P_1 + P_5 + 6GU_1U_5 \cos 6\omega_1 t \quad (14)$$

a więc ma ona składową przemienną i pomimo tego, współczynnik mocy odbiornika jest równy jedności, a zatem nie ma potrzeby kompensowania tej składowej. Algorytm sterowania kompensatorem, oparty na Teorii Chwilowej Mocy Biernej p-q, wymaga kompensacji tej składowej i pozwala ją kompensować, ale uzyskuje się skutek przeciwny do oczekiwanego: kompensator powoduje wzrost odkształcenia prądu zasilania [17] i pogorszenie współczynnika mocy.

Podobny wynik odnośnie przebiegu mocy chwilowej uzyskuje się wtedy, gdy napięcie zasilania jest asymetryczne, nawet jeśli jest ono sinusoidalne. Jeśli U^p jest zespoloną wartością skuteczną składowej symetrycznej napięcia zasilania kolejności dodatniej, zaś U^n kolejności ujemnej, a moce czynne tych składowych na zaciskach zrównoważonego odbiornika rezystancyjnego, o strukturze pokazanej na Rys. 3, mają wartości, odpowiednio, P^p i P^n , to moc chwilowa ma przebieg [18]

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = P^p + P^n + 6GU^pU^n \cos 2\omega_1 t. \quad (15)$$

Kompensacja tej składowej zgodnie z algorytmem opartym na TCMB p-q powoduje odkształcenie prądu zasilania [18] i zmniejszenie współczynnika mocy.

W oby powyższych sytuacjach moc chwilowa $p(t)$ ma składową przemienną z powodu odkształcenia lub asymetrii napięcia zasilania, lecz nie ma ona wpływu na współczynnik mocy odbiornika. Na współczynnik ten ma wpływ moc bierna Q , i jej obecność tłumaczy się zwykle oscylacją energii między źródłem zasilania a odbiornikiem, ale czy jest to tłumaczenie poprawne? Pojawia się ważne pytanie o charakterze poznawczym: *czy moc bierna Q jest skutkiem oscylacji energii między źródłem a odbiornikiem?* Pytanie to dotyczy już obwodów z sinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia.

Na to pytanie można odpowiedzieć w ramach teorii mocy Składowych Fizycznych Prądów zastosowanej do liniowego, czasowo-niezmienniczego obwodu trójfazowego zasilanego symetrycznym napięciem sinusoidalnym. Prąd zasilania takiego obwodu

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_a + \mathbf{i}_r + \mathbf{i}_u \quad (16)$$

ma trzy składowe fizyczne, prąd czynny \mathbf{i}_a , prąd bierny \mathbf{i}_r oraz prąd niezrównoważenia \mathbf{i}_u , zdefiniowane jak następuje

$$\mathbf{i}_a = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ G_e \mathbf{1}^p U_R e^{j\omega t} \} \quad (17)$$

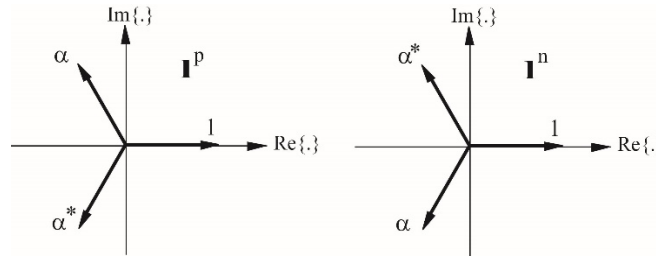
$$\mathbf{i}_r = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ jB_e \mathbf{1}^p U_R e^{j\omega t} \} \quad (18)$$

$$\mathbf{i}_u = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ Y_u \mathbf{1}^n U_R e^{j\omega t} \} \quad (19)$$

gdzie G_e jest konduktancją równoważną odbiornika, B_e jest jego susceptancją równoważną, Y_u jest admittancją niezrównoważenia, symbole $\mathbf{1}^p$, $\mathbf{1}^n$ oznaczają wektory jednostkowe kolejności dodatniej i ujemnej

$$\mathbf{1}^p = [1, \alpha^*, \alpha]^T, \quad \mathbf{1}^n = [1, \alpha, \alpha^*]^T \quad (20)$$

zilustrowane na Rys. 4.



Rys. 4. Wektory jednostkowe kolejności dodatniej i ujemnej.

Moc chwilowa w takich warunkach

$$p(t) = \mathbf{u}^T \mathbf{i} = \mathbf{u}^T (\mathbf{i}_a + \mathbf{i}_r + \mathbf{i}_u) = p_a(t) + p_r(t) + p_u(t) \quad (21)$$

może być przedstawiona [16] jako suma trzech mocy chwilowych stowarzyszonych ze składowymi fizycznymi prądami zasilania

Moc chwilowa stowarzyszona z prądem czynnym

$$p_a(t) = \mathbf{u}^T \mathbf{i}_a = \mathbf{u}^T G_e \mathbf{u} = G_e \|\mathbf{u}\|^2 = P \quad (22)$$

ma wartość stałą, niezmienną w czasie. Jeśli przyjmiemy, że napięcie na zaciskach odbiornika ma przebieg

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \end{bmatrix} = \sqrt{2} U_R \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \cos(\omega t - 120^\circ) \\ \cos(\omega t + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (23)$$

to prąd bierny ma przebieg

$$\mathbf{i}_r = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{jB_e \mathbf{I}^p U e^{j\omega t}\} = -\sqrt{2} B_e U_R \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ \sin(\omega t - 120^\circ) \\ \sin(\omega t + 120^\circ) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Obliczając iloczyn wektorowy tych prądów otrzymujemy

$$p_r(t) = \mathbf{u}^T \mathbf{i}_r = 0 \quad (25)$$

a więc obecność prądu biernego, a zatem i mocy biernej Q , nie powoduje żadnego przepływu energii między źródłem zasilania a odbiornikiem. Tak więc, na postawione powyżej pytanie otrzymujemy odpowiedź negatywną: **moc bierna Q nie jest skutkiem oscylacji energii**. Oscylacje energii towarzyszą innemu zjawisku fizycznemu w takim obwodzie: asymetrii prądu odbiornika, powodowanej jego niezrównoważeniem, a zatem obecności prądu niezrównoważenia. Przyjmując, że napięcia na zaciskach odbiornika ma przebieg (23), prąd niezrównoważenia można przedstawić w postaci

$$\mathbf{i}_u = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{Y_u \mathbf{I}^n U e^{j\omega t}\} = \sqrt{2} Y_u U_R \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \Psi) \\ \cos(\omega t + \Psi + 120^\circ) \\ \cos(\omega t + \Psi - 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (26)$$

gdzie Ψ oznacza kąt fazowy admitancji niezrównoważenia Y_u . Moc chwilowa stowarzyszona z prądem niezrównoważenia ma przebieg

$$p_u(t) = \mathbf{u}^T \mathbf{i}_u = 3 Y_u U_R^2 \cos(2\omega t + \Psi) \quad (27)$$

a więc ma ona charakter oscylacyjny.

3. BILANS MOCY

Moc bierna Q w obwodach z niesinusoidalnym napięciem zasilania nie ma innej definicji, niż iloczyn trójfazowych wartości skutecznych napięcia zasilania i prądu biernego odbiornika

$$Q = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}_r\| \quad (28)$$

jest więc definiowana podobnie jak moc pozorna S ,

$$S = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}\| \quad (29)$$

i podobnie jak ona, nie ma żadnej interpretacji fizycznej.

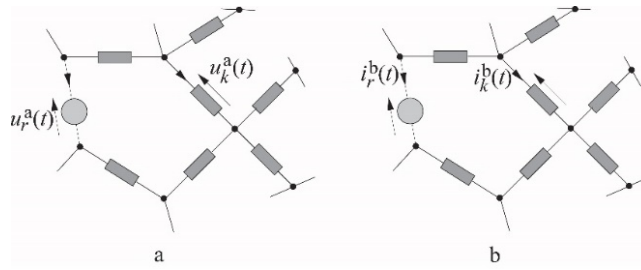
Jeśli napięcia i prądy obwodu są sinusoidalne, a przynajmniej są przez takie przebiegi aproksymowane, co jest powszechne w analizie systemów energetycznych, to moc bierna Q w obwodach jednofazowych bywa definiowana wzorem, zbliżonym do wzoru definiującego moc czynną P , mianowicie

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t - \frac{T}{4}) dt. \quad (30)$$

Wzór ten sugeruje interpretację fizyczną mocy biernej Q podobną do interpretacji mocy czynnej P . O ile jednak w przypadku mocy czynnej mamy do czynienia z uśrednianiem mocy chwilowej $p(t)$, a więc z uśrednianiem prędkości przepływu energii, to nie ma w obwodzie żadnego zjawiska, którego miarą byłby iloczyn napięcia w pewnej chwili czasu t , i prądu w innej chwili czasowej, $t - 4T/4$.

Pogląd, że moc bierna Q jest jednak wielkością fizyczną wspiera się niekiedy ważną cechą tej mocy, mianowicie, jeśli napięcia i prądy obwodu są sinusoidalne to spełnia ona, tak jak moc czynna, zasadę bilansu mocy. Zasada bilansu mocy czynnej P wynika z jednej z podstawowych zasad fizyki: Zasady Zachowania Energii (ZZE). Zasady bilansu mocy biernej Q nie można jednak z ZZE wyprowadzić. Można ją tylko wyprowadzić z prawa Tellegena. Jest ono wnioskiem z praw Kirchoffa, lecz często nie jest nauczane w ramach uniwersyteckich kursów elektrotechniki. Brzmi to prawo jak następuje. Przypuśćmy, że mamy dwa różne obwody o identycznej topologii, to jest o tej samej liczbie węzłów połączonych

identycznie gałęziami tak, jak jest to pokazane na Rys. 5. Odpowiadające sobie gałęzie obu obwodów mogą mieć całkowicie różną strukturą.



Rys. 5. Dwa obwody o identycznej topologii.

Prawo Tellegena stwierdza, że suma wszystkich K iloczynów napięć gałęziowych pierwszego obwodów i prądów gałęzi drugiego obwodu jest w każdej chwili równa zero.

$$\sum_{k=1}^K u_k^a(t) i_k^b(t) \equiv 0. \quad (31)$$

Prawo zachowania mocy bierniej Q może być wyprowadzone z prawa Tellegena jak następuje. Jeśli oba obwody są identyczne, lecz napięcia źródłowe w obwodzie (b) są przesunięte względem napięć źródłowych obwodu (a) o $T/4$ to

$$i_k^b(t) \equiv i_k^a(t - \frac{T}{4}) \quad (32)$$

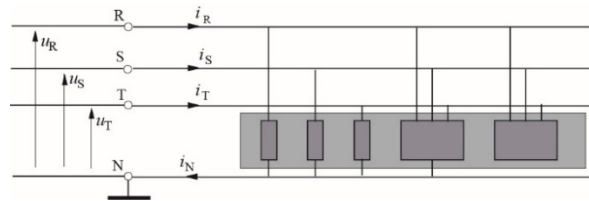
i z prawa Tellegena, po uśrednieniu za okres, wynika

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^K u_k^a(t) i_k^b(t) dt = \sum_{k=1}^K \frac{1}{T} \int_0^T u_k^a(t) i_k^a(t - \frac{T}{4}) dt = \sum_{k=1}^K Q_k^a = 0. \quad (33)$$

a więc zasada bilansu mocy bierniej Q . Prawo Tellegena nie opisuje jednak żadnego zjawiska fizycznego, gdyż prądy i napięcia w (31) pochodzą z innych obwodów. Spełnianie zasady bilansu przez moc bierną Q nie może być argumentem na rzecz fizycznego charakteru tej mocy.

4. ZJAWISKA FIZYCZNE OKREŚLAJĄCE SKUTECZNOŚĆ PRZESYŁU ENERGII W OBWODACH ELEKTRYCZNYCH

Z przedstawionych powyżej rozważań wynika, że zmienność w czasie mocy chwilowej $p(t)$ odbiornika nie pozwala wyjaśnić zjawisk fizycznych odpowiedzialnych za skuteczność przesyłu energii w obwodach elektrycznych. Wszystkie zjawiska fizyczne odpowiedzialne za tę skuteczność ujawnia teoria mocy oparta na koncepcji Składowych Fizycznych Prądów. Mogą się te zjawiska pojawiać w obwodzie trójfazowym pokazanym na Rys. 6, z niesinusoidalnym napięciem zasilania i odbiornikami nieliniowymi lub o okresowo zmiennych parametrach.



Rys. 6. Odbiornik trójfazowy zasilany trójprzewodowo.

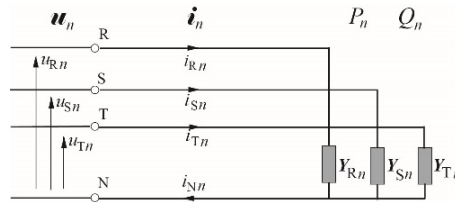
Aby uprościć rozkład prądu odbiornika pokazanego na Rys. 6, przyjęto poniżej, że napięcie zasilania,

jakkolwiek jest niesinusoidalne, pozostaje jednak symetryczne. Przyjmijmy, że N jest zbiorem rzędów n harmoniczych prądu i napięcia, dla których można zmierzyć z zadowalającą dokładnością zespolone wartości skuteczne \mathbf{U}_n oraz \mathbf{I}_n . Pozwala to przedstawić napięcie i prąd odbiornika w postaci

$$\mathbf{u} = \sum_{n \in N} \mathbf{u}_n = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{Rn} \\ \mathbf{U}_{Sn} \\ \mathbf{U}_{Tn} \end{bmatrix} e^{jn\omega_1 t} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} \mathbf{U}_n e^{jn\omega_1 t} \quad (34)$$

$$\mathbf{i} = \sum_{n \in N} \mathbf{i}_n = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{Rn} \\ \mathbf{I}_{Sn} \\ \mathbf{I}_{Tn} \end{bmatrix} e^{jn\omega_1 t} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} \mathbf{I}_n e^{jn\omega_1 t}. \quad (35)$$

Dla każdej harmoniczej napięcia rzędu n ze zbioru N , można obliczyć parametry obwodu, pokazanego na Rys. 7, równoważnego odbiornikowi oryginalnemu



Rys. 7. Odbiornik równoważny odbiornikowi oryginalnemu dla harmoniczej rzędu n .

gdzie

$$Y_{Rn} = \frac{\mathbf{I}_{Rn}}{\mathbf{U}_{Rn}}, \quad Y_{Sn} = \frac{\mathbf{I}_{Sn}}{\mathbf{U}_{Sn}}, \quad Y_{Tn} = \frac{\mathbf{I}_{Tn}}{\mathbf{U}_{Tn}}. \quad (36)$$

Energia w obwodach z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia przenoszona jest przez indywidualne harmoniczne, z mocą czynną

$$P_n = \operatorname{Re}\{\mathbf{Y}_{Rn} + \mathbf{Y}_{Sn} + \mathbf{Y}_{Tn}\} \|\mathbf{u}_n\|^2. \quad (37)$$

Odbiorniki nieliniowe oraz odbiorniki o okresowo (z okresem T) zmiennych parametrach, mogą powodować [11] przepływ energii w przeciwnym do normalnego kierunku, to jest z odbiornika do źródła zasilania. Jest to zjawisko fizyczne, rozpoznawalne po znaku mocy czynnej P_n harmoniczych. Harmoniczne można więc podzielić, na podstawie znaku tej mocy, na harmoniczne przenoszące energię do odbiornika i na harmoniczne przenoszące energię do źródła zasilania, co oznacza podział zbioru rzędów n harmoniczych N na dwa podzbiory, oznaczone symbolami N_C i N_G , mianowicie

$$\begin{cases} \text{gdy } P_n \geq 0, & \text{to } n \in N_C \\ \text{gdy } P_n < 0, & \text{to } n \in N_G. \end{cases} \quad (38)$$

Znając zbiory N_C i N_G , prąd, napięcie i moc czynna odbiornika mogą być rozłożone na dwie składowe

$$\mathbf{i} = \sum_{n \in N} \mathbf{i}_n = \sum_{n \in N_C} \mathbf{i}_n + \sum_{n \in N_G} \mathbf{i}_n = \mathbf{i}_C + \mathbf{i}_G \quad (39)$$

$$\mathbf{u} = \sum_{n \in N} \mathbf{u}_n = \sum_{n \in N_C} \mathbf{u}_n + \sum_{n \in N_G} \mathbf{u}_n = \mathbf{u}_C - \mathbf{u}_G \quad (40)$$

$$P = \sum_{n \in N} P_n = \sum_{n \in N_C} P_n + \sum_{n \in N_G} P_n = P_C - P_G. \quad (41)$$

Prąd odbiornika trójfazowego może być rozłożony na pięć składowych

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_{Ca} + \mathbf{i}_{Cs} + \mathbf{i}_{Cr} + \mathbf{i}_{Cu} + \mathbf{i}_G \quad (42)$$

z których każda jest stowarzyszona z innym zjawiskiem fizycznym. Prąd

$$\mathbf{i}_G = \sum_{n \in N_G} \mathbf{i}_n \quad (43)$$

nazwany **prądem generowanym** odbiornika, pojawia się jako wynik generowania harmonicznych prądu wskutek nieliniowości lub okresowej zmiany parametrów odbiornika. Prąd ten jest stowarzyszony ze zjawiskiem trwałego przepływu energii, z mocą czynną P_G , z odbiornika do źródła zasilania. Prąd

$$\mathbf{i}_{Ca} = \frac{P_C}{\|\mathbf{u}_C\|^2} \mathbf{u}_C = G_{Ce} \mathbf{u}_C \quad (44)$$

jest stowarzyszony ze zjawiskiem trwałego przepływu energii, z mocą czynną P_C , ze źródła zasilania do odbiornika. Jest to **prąd czynny**.

Dla każdej harmonicznej n ze zbioru N_C można obliczyć admitancję równoważną

$$\mathbf{Y}_{en} = G_{en} + jB_{en} = \frac{P_n - jQ_n}{\|\mathbf{u}_n\|^2} = \frac{1}{3} (\mathbf{Y}_{Rn} + \mathbf{Y}_{Sn} + \mathbf{Y}_{Tn}) \quad (45)$$

i zdefiniować **prąd rozrzutu**

$$\mathbf{i}_{Cs} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_C} (G_{en} - G_{Ce}) \mathbf{1}_n U_{Rn} e^{jn\omega_1 t} \quad (46)$$

Prąd ten jest stowarzyszony ze zjawiskiem zmiany konduktancji równoważnej odbiornika dla częstotliwości harmonicznych G_{en} , wokół konduktancji równoważnej G_{Ce} . Można też zdefiniować **prąd bierny**

$$\mathbf{i}_{Cr} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_C} jB_{en} \mathbf{1}_n U_{Rn} e^{jn\omega_1 t} \quad (47)$$

Prąd ten jest stowarzyszony ze zjawiskiem przesunięcia fazowego harmonicznych prądu względem harmonicznych napięcia zasilania. Symbol $\mathbf{1}_n$ oznacza wektor trójfazowy, zdefiniowany jak następuje

$$\mathbf{1}_n = \begin{bmatrix} 1 \\ 1e^{-jn\frac{2\pi}{3}} \\ 1e^{jn\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \beta_n \\ \beta_n^* \end{bmatrix} = \begin{cases} \mathbf{1}^p, & \text{dla } n=3k-2 \\ \mathbf{1}^n, & \text{dla } n=3k-1, \quad k=1, 2, \dots, \\ \mathbf{1}^z, & \text{dla } n=3k \end{cases} \quad \beta_n = 1e^{-jn\frac{2\pi}{3}} = (\alpha^*)^n, \quad \alpha = 1e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (48)$$

Prąd zasilania odbiorników niezrównoważonych ma też składową

$$\mathbf{i}_{Cu} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_C} (\mathbf{Y}_{un}^p \mathbf{1}^p + \mathbf{Y}_{un}^n \mathbf{1}^n + \mathbf{Y}_{un}^z \mathbf{1}^z) U_{Rn} e^{jn\omega_1 t} \quad (49)$$

zwaną **prądem niezrównoważenia**. Prąd ten jest stowarzyszony ze zjawiskiem asymetrii prądów liniowych odbiornika. Admitancje w tym wyrażeniu są równe [19], odpowiednio

$$\mathbf{Y}_{un}^p = \frac{1}{3} [(\mathbf{Y}_{Rn} + \alpha\beta\mathbf{Y}_{Sn} + \alpha^*\beta^*\mathbf{Y}_{Tn}) - \mathbf{Y}_{en}(1 + \alpha\beta + \alpha^*\beta^*)] \quad (50)$$

$$\mathbf{Y}_{un}^n = \frac{1}{3} [(\mathbf{Y}_{Rn} + \alpha^*\beta\mathbf{Y}_{Sn} + \alpha\beta^*\mathbf{Y}_{Tn}) - \mathbf{Y}_{en}(1 + \alpha^*\beta + \alpha\beta^*)] \quad (51)$$

$$\mathbf{Y}_{un}^z = \frac{1}{3} [(\mathbf{Y}_{Rn} + \beta\mathbf{Y}_{Sn} + \beta^*\mathbf{Y}_{Tn}) - \mathbf{Y}_{en}(1 + \beta + \beta^*)] \quad (52)$$

a więc mogą być obliczone na podstawie pomiarów na zaciskach zasilania odbiornika.

5. PODSUMOWANIE

Artykuł pokazuje, że pięć, i tylko pięć zjawisk fizycznych decyduje o wartości prądu odbiorników trójfazowych z niesinusoidalnym napięciem zasilania. Są to:

1. Trwały przepływ energii ze źródła zasilania do odbiornika,
2. Trwały przepływ energii z odbiornika do źródła zasilania, spowodowany generacją harmonicznych w odbiorniku,
3. Przesunięcie fazowe harmonicznych prądu względem harmonicznych napięcia,
4. Zmiana konduktancji odbiornika ze zmianą częstotliwości,
5. Asymetria prądów liniowych, spowodowana niezrównoważeniem odbiornika.

Trzeba się jednak zastrzec, że pojęcie „zjawisko fizyczne” nie jest całkowicie jasne. Co jest, a co nie jest zjawiskiem fizycznym, może być przedmiotem subiektywnych opinii. Natomiast, jak pokazano w artykule, oscylacje energii, czy jej akumulacja w odbiorniku nie wpływają na prąd zasilania odbiorników trójfazowych.

LITERATURA

- [1] Ch.P. Steinmetz, “Does phase displacement occur in the current of electric arcs?” (In German), *ETZ*, 587, 1892.
- [2] A.I.E.E. Committee: “Apparent power in three-phase systems”, *Trans. of A.I.E.E.*, Vol. 39, pp. 1450-1455, 1920.
- [3] C.I. Budeanu, “Puissances reactives et fictives,” *Institut Romain de l'Energie*, Bucharest, 1927.
- [4] S. Fryze, “Active, reactive and apparent power in circuits with nonsinusoidal voltages and currents,” *Przegląd Elektrotechniczny*, z. 7, pp. 193-203, z. 8, pp. 225-234, 1931.
- [5] W. Shepherd, P. Zakikhani, “Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems,” *Proc. IEE*, vol. 119, no. 9, pp. 1361-1362, 1972.
- [6] N.L. Kusters, W.J.M. Moore, “On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions,” *IEEE Trans. Pow. Appl. Syst.*, vol. PAS-99, No. 3, pp. 1845-1854, 1980.
- [7] L.S. Czarnecki, "Składowe ortogonalne prądu odbiorników liniowych" *Zeszyty Naukowe Polit. Śląskiej ELEKTRYKA*, No. 86, pp. 5-17, Gliwice, 1983.
- [8] L.S. Czarnecki, "Additional discussion to "Reactive power under nonsinusoidal conditions," *IEEE Trans. on Power and Systems*, Vol. PAS-102, No. 4, pp. 1023-1024, 1983.
- [9] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae, “Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without Energy Storage Components,” *IEEE Trans. Ind. Appl*, Vol. IA-20, No. 3, pp. 625-630, 1984.
- [10] L.S. Czarnecki, “Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations,” *IEEE Trans. on Instr. and Measurements*, Vol. IM-34, No. 3, pp. 399-404, 1984.
- [11] L.S. Czarnecki, T. Swietlicki, “Powers in nonsinusoidal net-works, their analysis, interpretation, and measurement,” *IEEE Trans. Instr. Measur.*, vol. IM-39, no. 2, 340-344, 1990.
- [12] M. Depenbrock, “The FDB-method, a generalized applicable tool for analyzing power relations,” *IEEE Trans. on Power Del.*, Vol. 8, No. 2, pp. 381-387, 1993.
- [13] L.S. Czarnecki, “Budeanu and Fryze: two frameworks for interpreting power properties of circuits with nonsinusoidal voltages and currents,” *Archiv fur Elektrotechnik*, 81, No. 2, pp. 5-15, 1997.
- [14] The New IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms, *IEEE Inc.*, New York, 1997.
- [15] P. Tenti, P. Mattavelli, “A time-domain approach to power terms definitions under non-sinusoidal conditions,” *6th Int. Workshop on Power Definitions and Measurement under Non-Sinusoidal Conditions*, Milan, Italy, 2003.
- [16] L.S. Czarnecki, “On some misinterpretations of the Instantaneous Reactive Power p-q Theory,” *IEEE Trans. on Power Electronics*, Vol. 19, No. 3, pp. 828-836, 2004.
- [17] L.S. Czarnecki, “Effect of supply voltage harmonics on IRP-based switching compensator control,” *IEEE Trans. on Power Electronics*, Vol. 24, No. 2, pp. 483-488, 2009.
- [18] L.S. Czarnecki, “Effect of supply voltage asymmetry on IRP p-q - based switching compensator control,” *IET Proc. on Power Electronics*, Vol. 3, No. 1, pp. 11-17, 2010.
- [19] L.S. Czarnecki, “CPC – based reactive balancing of linear loads in four-wire supply systems with nonsinusoidal voltage”, *Przegląd Elektrotechniczny*, ISSN 0033-2097, R. 95, Nr. 95, pp. 1-8, 2019.