



MOCE I KOMPENSACJA W OBWODACH Z ODKSZTAŁCONYMI I NIESYMETRYCZNYMI PRZEBIEGAMI PRĄDU I NAPIĘCIA

Część 3. Składowe fizyczne prądu w obwodach jednofazowych
z odbiornikami generującymi harmoniczne

prof. dr hab. inż. Leszek S. CZARNECKI

Fellow IEEE, Alfredo M. Lopez Distinguished Professor, Louisiana State University, USA, e-mail: lsczar@cox.net

s. 57 – 65

POWERS AND COMPENSATION IN CIRCUITS WITH NONSINUSOIDAL AND ASYMMETRICAL VOLTAGES AND CURRENTS

PART 3. CURRENTS' PHYSICAL COMPONENTS IN SINGLE-PHASE CIRCUITS WITH HARMONICS GENERATING LOADS

Abstract: Power properties of circuits with nonsinusoidal voltages and currents, even apparently indistinguishable with respect to the voltage and current waveform, can differ substantially depending on where the source of distortion is located.

Keywords: Currents' Physical Components, CPC theory, compensation, power definitions

Właściwości obwodów z niesinusoidalnymi przebiegami prądu i napięcia, nawet pozornie nierozróżnialnych ze względu na kształt napięcia i prądu na zaciskach odbiornika, mogą zasadniczo się różnić zależnie od tego, czy odkształcenie pochodzi z napięcia zasilania czy z nieliniowości lub niestacjonarności odbiornika.

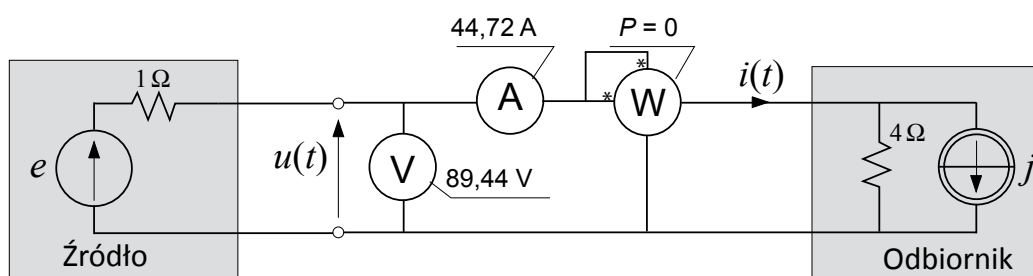
Słowa kluczowe: Teoria Składowych Fizycznych Prądu, kompensacja, definicje mocy

1. ODBIORNIKI GENERUJĄCE HARMONICZNE (HGL)

Pierwsza obserwacja w 1892 roku [1] kwestionująca poprawność równania mocy $S^2 = P^2 + Q^2$ dotyczyła mocy w obwodzie z łukiem elektrycznym, a więc z odbiornikiem generującym harmoniczne. Jednak trwające niemal cały XX wiek poszukiwanie poprawnego równania i definicji mocy ograniczało się niemal całkowicie do sytuacji, w których źródłem odkształceń przebiegów są harmoniczne napięcia zasilania. Definicje i równania mocy proponowane przez poszczególne szkoły teorii mocy różniły się już w opisie najprostszego liniowego odbiornika RL. Nie rozwiązano też, aż do momentu wprowadzenia w roku 1984 [2, 3] teorii mocy Składowych Fizycznych Prądu (CPC) (Ang.: Currents' Physical Components), metod kompensacji nawet tak prostych obwodów jak liniowe obwody RL zasilane napięciem niesinusoidalnym. Teoria mocy obwodów z odbiornikami, które nie generują harmonicznych prądu, a więc liniowych, czasowo-niezmienne (LTI) (Ang.: Linear, Time-Invariant) została ostatecznie opracowana, ale jednocześnie elektrotechnika zasadniczo się zmieniła. Nasze mieszkania pełne są urządzeń elektrycznych generujących harmoniczne w prądzie zasilania. Są to zasilacze komputerów czy drukarek oraz zestawów audiowizualnych; ładowarki telefonów czy cyfrowych aparatów fotograficznych, a przede wszystkim energooszczędne lampy wyładowcze, wypierające tradycyjne lampy żarowe. Towarzyszy temu wypieranie energii elektrycznej z urządzeń ogrzewczych, przez tańsze media, w szczególności gaz. Podobnie jest w budynkach biurowych. W przemyśle, do tradycyjnych źródeł odkształceń w obwodach trójfazowych, to jest do prostowników trójfazowych, dochodzą coraz częściej energoelektroniczne napędy silników. Mając tę sytuację na uwadze, teoria mocy oraz metody kompensacji muszą radzić sobie z obwodami, w których są włączone nie tylko odbiorniki typu LTI, lecz także odbiorniki generujące harmoniczne (HGL) (Ang.: Harmonics Generating Loads).

2. KŁOPOTY Z RÓWNANIEM MOCY

Przykład 1. Trudności z opisem właściwości energetycznych obwodu z odbiornikiem generującym harmoniczne można zilustrować na przykładzie obwodu pokazanego na rys. 1.



Rys. 1. Przykład obwodu z odbiornikiem generującym harmoniczne

W obwodzie tym przyjęto, że napięcie wewnętrzne źródła zasilania ma przebieg

$$e = e_1 = 100 \sqrt{2} \sin \omega_1 t \text{ V},$$

zaś odbiornik generuje harmoniczną prądu trzeciego rzędu o przebiegu

$$j = j_3 = 50 \sqrt{2} \sin 3 \omega_1 t \text{ A}.$$

Przy takim założeniu i parametrach obwodu pokazanych na rys. 1, napięcie i prąd na zaciskach odbiornika mają przebieg oraz wartość skuteczną, równą, odpowiednio

$$u = u_1 + u_3 = 80 \sqrt{2} \sin \omega_1 t - 40 \sqrt{2} \sin 3 \omega_1 t \text{ V}, \quad \|u\| = 89,44 \text{ V},$$

$$i = i_1 + i_3 = 20 \sqrt{2} \sin \omega_1 t + 40 \sqrt{2} \sin 3 \omega_1 t \text{ A}, \quad \|i\| = 44,72 \text{ A}.$$

Moc czynna odbiornika jest więc równa zero, gdyż

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i \, dt = \sum_{n=1,3} U_n I_n \cos \varphi_n = P_1 + P_3 = 1600 - 1600 = 0.$$

Natomiast moc pozorna odbiornika wynosi

$$S = \|u\| \|i\| = 89,44 \times 44,72 = 4000 \text{ VA}.$$

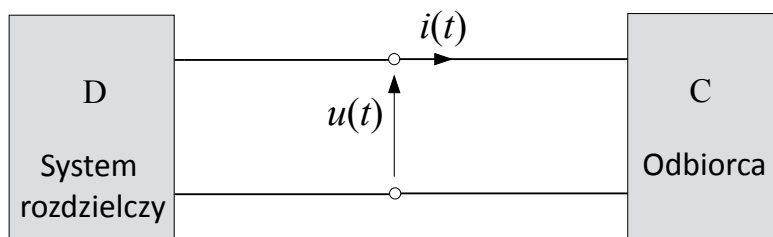
Tak więc, odbiornik ma zerową moc czynną P , zerową moc bierną Q , gdyż nie ma przesunięcia fazowego prądu względem napięcia oraz zerową moc rozrzutu D_s , gdyż konduktancja odbiornika nie zmienia się z częstotliwością. Łatwo oczywiście zauważyć, że parametry obwodu na rys. 1 zostały dobrane tak, aby każda z tych mocy miała wartość zerową, lecz nie zmienia to wniosku, że te trzy moce mogą nie wystarczać do opisu właściwości energetycznych obwodu, nawet jeśli jest to tylko odbiornik jednofazowy. Ma on nie zerową moc pozorną S , lecz nie można jej odnieść do żadnej ze znanych mocy, P , Q lub D_s .

3. SKŁADOWE FIZYCZNE PRĄDU ODBIORNIKA GENERUJĄCEGO HARMONICZNE

Analizując wyrażenie na moc czynną P w pokazanym powyżej przykładzie łatwo zauważyć, że przyczyną jej zerowej wartości jest ujemna moc czynna trzeciej harmonicznej. Oznacza to, że trzecia harmoniczna prądu i napięcia przenosi energię w kierunku przeciwnym do jej normalnego przepływu, którym jest przepływ energii ze źródła zasilania do odbiornika. Trzecia harmoniczna prądu i napięcia w analizowanym obwodzie przenosi energię z odbiornika do źródła zasilania. Przyczyną tego przepływu jest generowana w odbiorniku trzecia harmoniczna prądu. Przykład ten ilustruje zatem możliwość istnienia w obwodzie z odbiornikami typu HGL, dla pewnych częstotliwości harmonicznym, stałego przepływu energii z odbiornika do źródła zasilania. Przepływ ten jest stały w tym sensie, że jego wartość średnia, za okres, jest różna od zera. Przy przesunięciu fazowym harmonicznym prądu względem napięcia energia może także przepływać z odbiornika do źródła, lecz wartość średnia tego przepływu jest równa zero. Odbiornik ma wtedy pewną moc bierną Q . Ujemną wartość mogą mieć także moce harmonicznym prądu rozrzutu $i_s(t)$ [2, 3], jednak ich suma dla wszystkich harmonicznym napięcia zasilania musi być równa zero, a zatem nie zmieniają one mocy czynnej P odbiornika. Moc czynna harmonicznym generowanych w odbiorniku może moc tę zmieniać. Tak więc, mamy w obwodach z odbiornikami HGL nowe zjawisko fizyczne, które musi być wzięte pod uwagę przy opisie właściwości energetycznych takich obwodów. Teoria mocy CPC opisuje takie obwody [4] w sposób następujący:

Kierunek przepływu energii pomiędzy źródłem zasilania dla częstotliwości harmonicznym można określić ze znajomości kąta przesunięcia fazowego φ_n między harmoniczną napięcia i prądu. Jeśli napięcie i prąd w przekroju pokazanym na rys. 2, pomiędzy siecią zasilającą (D) (Ang.: Distribution system) a odbiornikiem (C) (Ang.: Customer load) mają harmoniczne n -tego rzędu $u_n(t)$ oraz $I_n(t)$, to moc czynna tej harmonicznym

$$P_n = U_n I_n \cos \varphi_n.$$



Rys. 2. Przekrój sieci między systemem rozdzielczym a odbiorcą energii

Zatem gdy

$$|\varphi_n| < \pi/2,$$

harmoniczna n -tego rzędu przenosi energię z systemu rozdzielczego do odbiorcy energii, zaś wtedy gdy

$$|\varphi_n| > \pi/2,$$

harmoniczna ta przenosi energię w przeciwnym kierunku, od odbiorcy do systemu rozdzielczego.

Zbiór N wszystkich rzędów n harmonicznego prądu i napięcia w obwodzie pokazanym na rys. 2 można rozłożyć w zależności od kierunku przepływu energii na dwa podzbiory, N_D i N_C , mianowicie

$$\begin{aligned} \text{gdy } |\varphi_n| \leq \pi/2, \text{ wówczas } n \in N_D, \\ \text{gdy } |\varphi_n| > \pi/2, \text{ wówczas } n \in N_C, \end{aligned} \quad (1)$$

a następnie rozłożyć prąd i napięcie na składowe o harmonicznym z tych dwóch zbiorów, mianowicie

$$i = \sum_{n \in N} i_n = \sum_{n \in N_D} i_n + \sum_{n \in N_C} i_n \stackrel{\text{def}}{=} i_D + i_C, \quad (2)$$

$$u = \sum_{n \in N} u_n = \sum_{n \in N_D} u_n + \sum_{n \in N_C} u_n \stackrel{\text{def}}{=} u_D - u_C. \quad (3)$$

Napięcie u_C w wyrażeniu (3) zdefiniowano jako sumę harmonicznym z ujemnym znakiem, gdyż są one odpowiedzią systemu rozdzielczego na harmoniczne prądy generowane w odbiorniku, są więc one zorientowane względem prądu przeciwnie niż harmoniczne napięcia źródłowego systemu rozdzielczego. Podobnie rozkładamy moc czynną odbiornika

$$P = \sum_{n \in N} P_n = \sum_{n \in N_D} P_n + \sum_{n \in N_C} P_n \stackrel{\text{def}}{=} P_D - P_C. \quad (4)$$

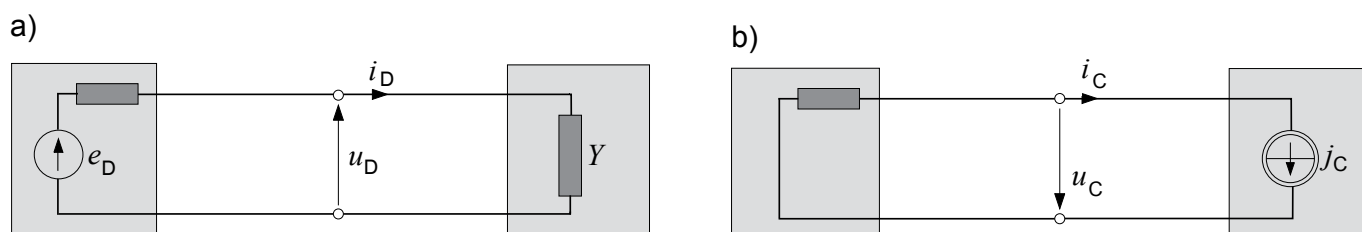
Podzbiory N_D oraz N_C są rozłączne, to jest nie mogą mieć takich samych rzędów harmonicznym n , a więc prądy i_D i i_C są wzajemnie ortogonalne. Zatem wartość skuteczna prądu odbiornika spełnia zależność

$$\|i\|^2 = \|i_D\|^2 + \|i_C\|^2. \quad (5)$$

To samo dotyczy wartości skutecznej napięcia źródła

$$\|u\|^2 = \|u_D\|^2 + \|u_C\|^2. \quad (6)$$

Rozkład (1) rzędów harmonicznym oraz rozkłady (2) i (3) prądu i napięcia oznacza, że system przedstawiony na rys. 2 można traktować jak nałożenie na siebie dwóch obwodów. Pierwszego, pokazanego na rys. 3a, o rzędach harmonicznym ze zbioru N_D , i liniowym, czasowo-niezmienicznym (LTI) odbiorniku i drugiego, pokazanego na rys. 3b, o rzędach harmonicznym ze zbioru N_C , z harmonicznymi prądami generowanymi w odbiorniku, zaś o źródle

Rys. 3(a) Obwód równoważny dla harmonicznym o rzędach $n \in N_D$, (b) Obwód równoważny dla harmonicznym o rzędach $n \in N_C$

Obwód na rys. 3a jest obwodem z odbiornikiem LTI i jego właściwości energetyczne mogą być określone zgodnie z teorią mocy CPC. Mianowicie, jeśli odbiornik ma admitancję

$$Y_n = G_n + jB_n = \frac{I_n}{U_n},$$

i konduktancję równoważną:

$$G_{eD} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P_D}{\|u_D\|^2}, \quad (7)$$

to prąd odbiornika i_D można rozłożyć na prąd czynny, prąd rozrzutu i prąd bierny

$$i_D = i_{aD} + i_s + i_r,$$

z prądem czynnym zdefiniowanym w sposób następujący

$$i_{aD}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P_D}{\|u_D\|^2} u_D(t) = G_{eD} u_D(t). \quad (8)$$

Tak więc prąd czynny odbiornika HGL w teorii mocy CPC nie jest prądem czynnym w sensie definicji w teorii mocy Fryzego, w której to teorii prąd czynny definiowany jest wzorem:

$$i_{aF}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P}{\|u\|^2} u(t) = G_e u(t). \quad (9)$$

Prąd czynny w teorii mocy CPC jest proporcjonalny do tylko tej składowej napięcia zasilania, która powoduje stały przepływ energii z systemu rozdzielczego do odbiornika. Prądy czynne w teorii mocy CPC i w teorii Fryzego są sobie równe tylko wtedy, gdy nie ma zwrotnego przepływu energii wskutek generacji harmonicznych w odbiorniku. Pozostałe dwie składowe prądu $i_D(t)$ zdefiniowane są, odpowiednio, jako

$$i_s(t) \stackrel{\text{def}}{=} (G_0 - G_{eD}) U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_D} (G_n - G_{eD}) U_n e^{jn\omega_1 t}, \quad (10)$$

$$i_r(t) \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_D} jB_n U_n e^{jn\omega_1 t}. \quad (11)$$

Ostatecznie, prąd zasilania w obwodzie z odbiornikiem typu HGL może być rozłożony na cztery składowe jak następuje:

$$i = i_{aD} + i_s + i_r + i_C. \quad (12)$$

Wartości skuteczne tych składowych są równe, odpowiednio

$$\|i_{aD}\| = G_{eD} \|u_D\| = \frac{P_D}{\|u_D\|}, \quad (13)$$

$$\|i_s\| = \sqrt{\sum_{n \in N_D} (G_n - G_{eD})^2 U_n^2}, \quad (14)$$

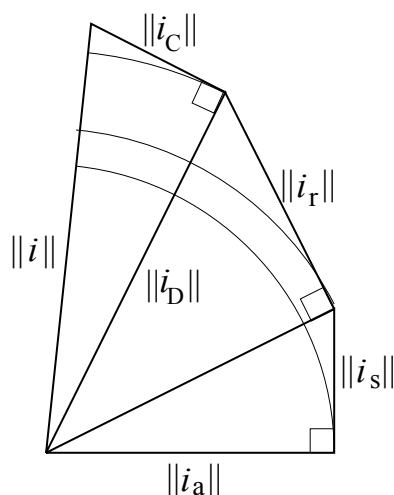
$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n \in N_D} B_n^2 U_n^2} = \sqrt{\sum_{n \in N_D} \left(\frac{Q_n}{U_n}\right)^2}, \quad (15)$$

$$\|i_C\| = \sqrt{\sum_{n \in N_C} I_n^2}. \quad (16)$$

Każda ze składowych prądu w tym rozkładzie ma odmienną interpretację fizyczną, dlatego określa się je w teorii mocy CPC jako składowe fizyczne prądu odbiornika HGL. Składowe fizyczne prądu są wzajemnie ortogonalne [4], zatem ich wartości skuteczne spełniają relację

$$\|i\|^2 = \|i_{aD}\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2 + \|i_C\|^2. \quad (17)$$

Relację tą można zilustrować geometrycznie za pomocą wielokąta pokazanego na rys. 4.

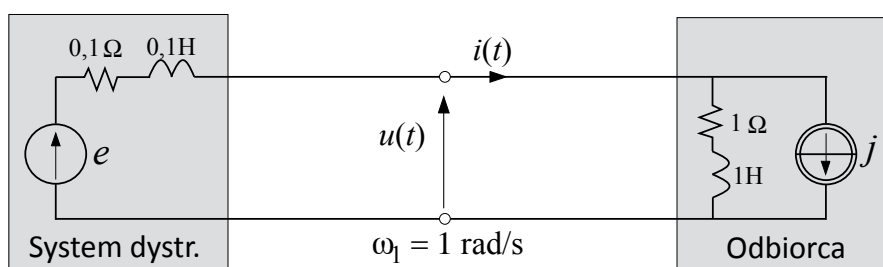


Rys. 4. Wielokąt wartości skutecznych składowych fizycznych prądu odbiornika typu HGL

Rozkład (12) ujawnia w prądzie odbiornika nieznaną dotąd składową fizyczną, nazwaną w teorii CPC **prądem generowanym odbiornika** $i_C(t)$, (Ang.: load generated current), ortogonalną do pozostałych składowych fizycznych.

Przykład 2. Rozważmy układ przedstawiony na rys. 5 z napięciem wewnętrznym

$$e = 220\sqrt{2} \cos \omega_1 t + 15\sqrt{2} \cos 3\omega_1 t \text{ V},$$



Rys. 5. Przykład obwodu z odbiornikiem typu HGL

oraz z odbiornikiem generującym 5-tą i 7-mą harmoniczną o przebiegu

$$j = 20\sqrt{2} \cos 5\omega_1 t + 15\sqrt{2} \cos 7\omega_1 t \text{ A}.$$

Przy parametrach zastępczych źródła zasilania i odbiornika, takich jak na rys. 5, analiza obwodu daje następujące zespolone wartości skuteczne harmonicznego prądu i napięcia odbiornika

$$\begin{aligned} I_1 &= 141,42 e^{-j45^\circ} \text{ A}, & U_1 &= 200,0 \text{ V}, \\ I_3 &= 4,31 e^{-j71,6^\circ} \text{ A}, & U_3 &= 13,64 e^{j8,4^\circ} \text{ V}, \\ I_5 &= 18,18 \text{ A}, & U_5 &= 9,27 e^{-j101,3^\circ} \text{ V}, \\ I_7 &= 13,64 \text{ A}, & U_7 &= 9,64 e^{-j98,1^\circ} \text{ V}. \end{aligned}$$

Moc czynna harmonicznego ma wartość dodatnią dla harmonicznego podstawowej oraz dla trzeciej harmonicznego, zatem $N_D = \{1, 3\}$, $N_C = \{5, 7\}$, oraz

$$P_D = \operatorname{Re}\{U_1 I_1^*\} + \operatorname{Re}\{U_3 I_3^*\} = 20010 \text{ W},$$

$$\|u_D\| = \sqrt{U_1^2 + U_3^2} = 200,46 \text{ V},$$

$$G_{eD} = \frac{P_D}{\|u_D\|^2} = 0,4979 \text{ S}.$$

Admitancja odbiornika dla harmonicznych o rzędach ze zbioru N_D wynosi

$$Y_1 = 0,50 - j0,50 \text{ S}, \quad Y_3 = 0,10 - j0,30 \text{ S},$$

zatem składowe fizyczne prądu mają wartości skuteczne

$$\|i_{aD}\| = \frac{P_D}{\|u_D\|} = 99,84 \text{ A},$$

$$\|i_s\| = \sqrt{\sum_{n=1,3} [(G_n - G_{eD}) U_n]^2} = 5,44 \text{ A},$$

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n=1,3} (B_n U_n)^2} = 100,08 \text{ A},$$

$$\|i_C\| = \sqrt{\sum_{n=5,7} I_n^2} = 22,73 \text{ A}.$$

Pierwiastek z sumy kwadratów wartości skutecznych składowych fizycznych prądu odbiornika wynosi

$$\sqrt{\|i_{aD}\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2 + \|i_C\|^2} = \sqrt{99,84^2 + 5,44^2 + 100,08^2 + 22,73^2} = 143,29 \text{ A},$$

i jest ona oczywiście równa wartości skutecznej tego prądu obliczonej bezpośrednio,

$$\|i\| = \sqrt{\sum_{n \in N} I_n^2} = \sqrt{141,42^2 + 4,31^2 + 18,18^2 + 13,64^2} = 143,29 \text{ A}.$$

4. MOCE ODBIORNIKA GENERUJĄCEGO HARMONICZNE

Mnożąc kwadraty wartości skuteczne prądu i napięcia, określone wyrażeniami (5) i (6),

$$\|u\|^2 \|i\|^2 = (\|u_D\|^2 + \|u_C\|^2) (\|i_D\|^2 + \|i_C\|^2),$$

otrzymuje się równanie mocy odbiornika generującego harmoniczne, mianowicie

$$S^2 = S_D^2 + S_C^2 + S_{DC}^2.$$

W równaniu tym

$$S_D^2 \stackrel{\text{def}}{=} \|u_D\|^2 \|i_D\|^2 = \|u_D\|^2 (\|i_{aD}\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2) = P_D^2 + D_s^2 + Q^2, \quad (18)$$

jest mocą pozorną w obwodzie pokazanym na rys 3a, natomiast

$$S_C \stackrel{\text{def}}{=} \|u_C\| \|i_C\|, \quad (19)$$

jest mocą pozorną w obwodzie pokazanym na rys 3b. Przepływ prądu generowanego $i_C(t)$ przez źródło o napięciu $u_D(t)$ ortogonalnym do tego prądu oraz przepływ prądu $i_D(t)$ przez źródło o panującym na nim napięciu $u_C(t)$ ortogonalnym do tego prądu powoduje wzrost, w kwadracie, mocy pozornej

$$S_{DC} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\|u_D\|^2 \|i_C\|^2 + \|u_C\|^2 \|i_D\|^2}. \quad (20)$$

Prąd $i_C(t)$ oraz napięcie $u_D(t)$ nie mają harmonicznych tego samego rzędu – są więc wzajemnie ortogonalne i nie mogą trwale przenosić energii. To samo dotyczy prądu $i_D(t)$ oraz napięcia $u_C(t)$. Zatem obecność prądu $i_C(t)$ przy nie zerowej wartości skutecznej $\|u_D\|$ powiększa wyłącznie moc pozorną. Podobnie, powiększa wyłącznie moc pozorną obecność prądu $i_D(t)$ przy nie zerowej wartości skutecznej $\|u_C\|$. Równanie mocy odbiornika HGL można przedstawić w postaci

$$S^2 = P_D^2 + D_s^2 + Q^2 + S_C^2 + S_{DC}^2. \quad (21)$$

Należy tu zwrócić uwagę na brak w tym równaniu tradycyjnej mocy czynnej P . Dlatego równaniu temu winno towarzyszyć równanie mocy czynnej (4)

$$P = P_D - P_C.$$

Ciąg dalszy przykładu 2. Poszczególne moce w przykładzie 2 mogą być obliczone na podstawie częściowych, poprzednio otrzymanych wyników. Mają one następujące wartości

$$P_D = \operatorname{Re}\{U_1 I_1^*\} + \operatorname{Re}\{U_3 I_3^*\} = 20\,010 \text{ W},$$

$$P_C = -\operatorname{Re}\{U_5 I_5^*\} - \operatorname{Re}\{U_7 I_7^*\} = 51 \text{ W},$$

$$P = P_D - P_C = 19\,959 \text{ W},$$

$$D_S = \|u_D\| \|i_S\| = 200,46 \times 5,44 = 1\,090 \text{ VA},$$

$$Q = \|u_D\| \|i_T\| = 200,46 \times 100,08 = 20\,062 \text{ VA},$$

$$\|i_D\| = \sqrt{(I_1^2 + I_3^2)} = 141,49 \text{ A},$$

$$\|u_C\| = \sqrt{U_5^2 + U_7^2} = 13,37 \text{ V},$$

$$S_C = \|u_C\| \|i_C\| = 13,37 \times 22,73 = 304 \text{ VA},$$

$$S_{DC} = \sqrt{\|u_D\|^2 \|i_C\|^2 + \|u_C\|^2 \|i_D\|^2} = \sqrt{200,46^2 \times 22,73^2 + 13,37^2 \times 141,49^2} = 4\,934 \text{ VA}.$$

Moc pozorna źródła jest więc równa

$$S = \sqrt{P_D^2 + D_S^2 + Q^2 + S_C^2 + S_{DC}^2} = \sqrt{20010^2 + 1090^2 + 20062^2 + 304^2 + 4934^2} = 28\,784 \text{ VA}.$$

Poprawność obliczeń można sprawdzić obliczając moc pozorną bezpośrednio, z definicji. Otrzymujemy:

$$S = \|u\| \|i\| = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2} \times \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + I_7^2} = 200,91 \times 143,30 = 28\,790 \text{ VA}.$$

5. WSPÓŁCZYNNIK MOCY

Współczynnik mocy λ jest stosunkiem mocy czynnej odbiornika do jego mocy pozornej. W obwodach jednofazowych z odbiornikami LTI zasilanymi napięciem sinusoidalnym, współczynnik ten ma postać

$$\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}.$$

Jeśli odbiornik jest zasilany napięciem odkształconym oraz generuje harmoniczne, wówczas współczynnik ten ma postać

$$\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P}{S} = \frac{P_D - P_C}{\sqrt{P_D^2 + D_S^2 + Q^2 + S_C^2 + S_{DC}^2}}, \quad (22)$$

a więc, oprócz mocy bierniej Q , cztery inne moce mogą obniżać jego wartość. Moc rozrzutu D_S jest wynikiem zmiany konduktancji odbiornika G_n z częstotliwością i obniża ona współczynnik mocy nawet odbiorników LTI. Moce P_C , S_C oraz S_{DC} mogą się pojawić tylko wtedy, gdy odbiornik wskutek nieliniowości lub okresowej zmienności parametrów generuje harmoniczne.

6. MOCE ODBIORNIKA HGL ZASILANEGO NAPIĘCIEM SINUSOIDALNYM

Generowanie harmonicznych prądu w odbiorniku jest często ważniejsze dla energetycznych właściwości obwodu niż obecność harmonicznych w napięciu wewnętrznym systemu rozdzielczego. Można wtedy przyjąć, że napięcie wewnętrzne systemu rozdzielczego jest sinusoidalne, to jest $e = e_1$. Podzbiór N_D rzędów harmonicznych n zawiera wtedy tylko jeden element $n = 1$, to znaczy $N_D = \{1\}$, a więc

$$u_D = u_1, \quad i_D = i_1,$$

i wówczas

$$P_D = P_I, \quad D_S = 0, \quad Q = Q_I, \quad S_D = S_I.$$

Równanie mocy odbiornika ma wówczas postać

$$S^2 = P_I^2 + Q_I^2 + S_{DC}^2 + S_C^2, \quad (23)$$

gdzie

$$S_{DC} = \sqrt{\|u_I\|^2 \|i_C\|^2 + \|u_C\|^2 \|i_I\|^2} = S_I \sqrt{\left(\frac{\|i_C\|}{\|i_I\|}\right)^2 + \left(\frac{\|u_C\|}{\|u_I\|}\right)^2}.$$

Oznaczając współczynnik odkształcenia prądu symbolem

$$\frac{\|i_C\|}{\|i_I\|} = \frac{\|i_C\|}{I_1} \stackrel{\text{def}}{=} \delta_i, \quad (24)$$

oraz współczynnik odkształcenia napięcia symbolem

$$\frac{\|u_C\|}{\|u_I\|} = \frac{\|u_C\|}{U_1} \stackrel{\text{def}}{=} \delta_u, \quad (25)$$

otrzymamy

$$S_{DC} = S_I \sqrt{\left(\frac{\|i_C\|}{\|i_I\|}\right)^2 + \left(\frac{\|u_C\|}{\|u_I\|}\right)^2} = S_I \sqrt{\delta_i^2 + \delta_u^2}, \quad (26)$$

oraz

$$S_C = \|u_C\| \|i_C\| = \frac{\|u_C\|}{U_1} \frac{\|i_C\|}{I_1} S_I = \delta_u \delta_i S_I. \quad (27)$$

Ponieważ współczynnik odkształcenia napięcia δ_u jest zwykle znacznie mniejszy od jedności, to jest $\delta_u \ll 1$, a zatem $S_C \ll S_{DC}$ i moc S_C w równaniu (23) może być pominięta. Wówczas równanie mocy może być przedstawione w postaci,

$$S^2 = (P_I^2 + Q_I^2)(1 + \delta_i^2 + \delta_u^2). \quad (28)$$

Współczynnik mocy odbiornika ma wówczas postać

$$\lambda = \frac{P}{S} \approx \frac{P_I - P_C}{S_I \sqrt{1 + \delta_i^2 + \delta_u^2}} \approx \frac{1 - P_C/P_I}{\sqrt{1 + \delta_i^2}} \lambda_1, \quad (29)$$

gdzie λ_1 oznacza współczynnik mocy odbiornika dla podstawowej harmonicznej napięcia. W wyrażeniu tym, zwykle $P_C/P_I \ll 1$ i w przybliżeniu, lecz z dużą dokładnością współczynnik mocy może być określany wyrażeniem

$$\lambda \approx \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_i^2}} \lambda_1. \quad (30)$$

Ciąg dalszy przykładu 1. Obwód rozważany w przykładzie 1, ilustrującym trudności opisu właściwości energetycznych odbiornika generującego harmoniczne, w świetle wyników przedstawionych w tym artykule, ma następujące składowe fizyczne prądu oraz moce. Ponieważ podzbiory $N_D = \{1\}$, $N_C = \{3\}$,

$$u_D = u_1 = 80\sqrt{2} \sin \omega_1 t \text{ V}, \quad \|u_D\| = 80 \text{ V},$$

$$i_D = i_1 = 20\sqrt{2} \sin \omega_1 t \text{ A}, \quad \|i_D\| = 20 \text{ A},$$

$$P_D = 1600 \text{ W}.$$

Ponieważ nie ma przesunięcia fazowego między prądem a napięciem harmonicznej podstawowej, w obwodzie nie ma prądu biernego. Zatem $Q = 0$. Prąd czynny w tym obwodzie według teorii mocy CPC ma przebieg

$$i_{aD} = i_1 = 20\sqrt{2} \sin \omega_1 t \text{ A}.$$

W obwodzie tym nie ma prądu rozrzutu, gdyż napięcie $u_D(t)$ jest sinusoidalne, oraz nie ma prądu biernego. Warto tu zauważyć, że według teorii mocy Fryzego w obwodzie tym nie ma prądu czynnego, a jedynie prąd bierny. Pozostałe wielkości są równe, odpowiednio:

$$u_C = -u_3 = 40\sqrt{2} \sin 3\omega_1 t \text{ V}, \quad \|u_C\| = 40 \text{ V},$$

$$i_C = i_3 = 40\sqrt{2} \sin \omega_1 t \text{ A}, \quad \|i_C\| = 40 \text{ A},$$

$$P_C = 1600 \text{ W},$$

$$S_C = \|u_C\| \|i_C\| = 40 \times 40 = 1600 \text{ VA},$$

$$S_{DC} = \sqrt{\|u_D\|^2 \|i_C\|^2 + \|u_C\|^2 \|i_D\|^2} = \sqrt{80^2 \times 40^2 + 40^2 \times 20^2} = 3298 \text{ VA}.$$

Poprawność rozkładu można sprawdzić obliczając moc pozorną, która w tym obwodzie $S = 4\,000 \text{ VA}$. Istotnie

$$S = \sqrt{P_D^2 + S_C^2 + S_{DC}^2} = \sqrt{1600^2 + 1600^2 + 3298^2} = 4\,000 \text{ VA}.$$

7. PODSUMOWANIE

Harmoniczne prądu generowane w odbiorniku wskutek jego nieliniowości lub okresowej zmienności parametrów, zwykle półprzewodnikowych przełączników, mają istotne znaczenie dla właściwości energetycznych obwodu. Harmoniczne te mogą przenosić energię z odbiornika do źródła zasilania, to jest w kierunku przeciwnym do jego normalnego kierunku przepływu. Teoria mocy składowych fizycznych prądu CPC ujawnia to zjawisko i bierze je pod uwagę w definicjach mocy. Inne istniejące obecnie teorie mocy, w szczególności najbliższa CPC, teoria mocy Fryzego, zastosowane do obwodów z odbiornikami generującymi harmoniczne, nie umożliwiają poprawnego obliczenia mocy w takich układach.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Steinmetz, Ch.P.: (1892) Does the phase displacement occur in the current of electric arcs? (In German), ETZ, 587.
- [2] Czarnecki, L.S.: (1984) Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IM-34 No. 3, 399-404.
- [3] Czarnecki, L.S.: (2005) Moce w Obwodach Elektrycznych z Niesinusoidalnymi Przebiegami Prądów i Napięć, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*.
- [4] Czarnecki, L.S., Swietlicki, T., (1990) Powers in nonsinusoidal networks, their analysis, interpretation and measurement, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IM-39, No.2, 340-344.

otrzymano / received: 5.01.2011 przyjęto do publikacji / accepted: 15.03.2011

MIEJSCE
NA REKLAMĘ