



## CZY MOC CZYNNA JEST MOCĄ UŻYTECZNĄ I ZA CO POWINNIŚMY PŁAĆ?

prof. dr hab. inż. Leszek S. CZARNECKI,

Fellow IEEE, Alfredo M. Lopez Distinguished Professor, Louisiana State University, USA

Moc czynna jest jedną z najbardziej solidnie zdefiniowanych wielkości energetycznych. Oparta jest na jasnych podstawach fizycznych oraz ma w elektrotechnice wielkie znaczenie techniczne. Uważana jest za moc użyteczną odbiorników. Istnieje jednak w środowisku inżynierskim pewna świadomość tego, że w systemach rozdzielczych o napięciu i prądzie odkształconym i niesymetrycznym, moc czynna może nie być użyteczną w takim stopniu, jak ma to miejsce wtedy, gdy wielkości te są sinusoidalne i symetryczne. Wiąże się to z wątpliwościami odnośnie użyteczności energii przenoszonej przez harmoniczne i składowe prądu i napięcia kolejności ujemnej. Wzrost kosztów energii może usprawiedliwiać pytania odnośnie użyteczności mocy czynnej i kwestionować poprawność rozliczeń energetycznych, opartych na całej tej mocy w okresie rozliczeniowym, to jest na ilości energii czynnej dostarczonej odbiorcy. Pytania takie są niestety wyzwaniem dla powszechnie stosowanych metod rozliczeniowych, utrwalonych dziesiątkami lat tradycji, standardów i kształcenia a także metod pomiarowych. Wzrost kosztów energii, potrzeba poprawy niezawodności i bezpieczeństwa energetycznego, a także potrzeba poprawy jakości zasilania i odbioru może powodować bardzo głębokie zmiany w systemach rozdzielczych, których przejawem jest rozwój sieci inteligentnych (Smart Grids), których elementem są nowe systemy pomiarowe. W tej sytuacji, nawet najbardziej podstawowe pytania odnośnie rozliczeń energetycznych mogą być usprawiedliwione. W artykule pokazano, że z punktu widzenia użyteczności, moc czynna ma trzy składniki nazwane: **roboczą mocą czynną**, (working active power) **odbitym mocą czynną** (reflected active power) oraz **szkodliwą mocą czynną** (detrimental active power). Pokazano też, że rozliczenia energetyczne oparte na całej roboczej mocy czynnej, zwanej **energiją roboczą**, są poprawniejsze od rozliczeń opartych na ilości energii czynnej, a ponadto rozliczenia takie mogą tworzyć motywacje ekonomiczne dla poprawy jakości zasilania i jakości odbioru energii elektrycznej.

### 1. WSTĘP

Jeśli nawet wszelkie rachunki w systemach energetycznych są ostatecznie płacone przez odbiorców energii elektrycznej, to dla oszczędnego przesyłania i użytkowania energii elektrycznej mogłoby być rzeczą pożyteczną, aby w rozliczeniach tych istniały zachęcające do tego mechanizmy. Oprócz różnych czynników określających skuteczność przesyłu i użytkowania energii, znaczenie ma także jakość zasilania, to jest poziom asymetrii, odkształceń, wahań wartości skutecznej lub zaburzenia napięcia zasilania, a także jakość odbioru energii, to jest poziom odkształcenia prądu odbiornika, jego symetria, udział prądu biernego, zmienność wartości skutecznej tego prądu lub też różne przebiegi przejściowe. Niska jakość zasilania powoduje straty energii u odbiorcy; niska jakość odbioru powoduje straty energii podczas jej wytwarzania i przesyłu, to jest po stronie dostawcy energii elektrycznej.

Obecną podstawą rozliczeń energetycznych jest wartość całki mocy czynnej  $P$ , czyli ilość energii czynnej dostarczonej użytkownikowi w okresie rozliczeniowym. Odbiorcy przemysłowi bywają ponadto obciążani kosztem energii biernej, płacą też niekiedy kary za niską wartość współczynnika mocy. Kary takie oparte są na porozumieniach dwustronnych między dostawcą i odbiorcą. Kary mogą dotyczyć też wielkości odkształceń i asymetrii.

Podejście takie pomaga oczywiście obniżyć poziom odkształceń harmonicznych oraz asymetrii prądu i napięcia, lecz jest raczej środkiem doraźnym niż systemowym. W istocie, rozliczenia energetyczne oparte na ilości energii czynnej nie tworzą żadnych motywacji ekonomicznych w kierunku poprawy jakości zasilania i jakości odbioru energii. Żadna ze stron układu dostawca-odbiorca energii elektrycznej nie ponosi skutków ekonomicznych obniżania jakości zasilania lub odbioru. Koszty te ponosi druga strona układu. Formułując to inaczej: koszty obniżania jakości zasilania ponosi odbiorca; koszty obniżania jakości odbioru energii ponosi jej dostawca.

W niniejszym artykule zostanie wprowadzona koncepcja **roboczej mocy czynnej** oraz **energii roboczej**. Zostanie następnie pokazane, że rozliczenia energetyczne, oparte na ilości energii roboczej dostarczonej odbiorcy, mogą tworzyć motywacje ekonomiczne dla poprawy jakości zasilania i jakości odbioru. Przy takich rozliczeniach bowiem, ta strona układu dostawca-odbiorca ponosi skutki finansowe obniżania jakości zasilania bądź odbioru, która jakość tę obniża.

Zmiana podstaw rozliczeniowych jest jednak poważnym wyzwaniem dla przeszło stuletniej tradycji i nauczania, dla dawno temu ustalonych norm i standardów. Pomimo tego, istnieje obecnie szereg przesłanek usprawiedliwiających kwestionowanie tych podstaw. Ceny energii stale rosną i jej oszczędne użytkowanie staje się coraz ważniejsze. Już obecnie spowodowało to rozwój nowych metod pomiaru energii, umożliwiających oszczędniejsze gospodarowanie jej zasobami w systemach rozdzielczych. Znane są one pod angielską nazwą „Advanced Measurement Infrastructure (AMI)”.

## 2. MOC CZYNNNA

W pierwszych dekadach rozwoju systemów energetycznych energia elektryczna była dostarczana niemal wyłącznie przez generatory synchroniczne wytwarzające ze znaczną dokładnością sinusoidalne i symetryczne napięcia trójfazowe. W systemie rozdzielczym dominowały czasowo-niezmienne<sup>1</sup> odbiorniki liniowe. W takiej sytuacji odkształcenia napięcia były raczej niezauważalne. Pomiaru były oparte na miernikach analogowych. Koncepcja mocy czynnej  $P$  była idealnie dopasowana zarówno do sytuacji w systemach rozdzielczych jak i do możliwości pomiarowych.

Pojęcie mocy czynnej  $P$  jest bardzo proste. Jest to średnia prędkość przepływu energii ze źródła zasilania do odbiornika, liczona w ciągu jednego okresu  $T$  zmienności napięcia zasilania. Mianowicie, jeśli napięcie  $u(t)$  i prąd  $i(t)$  odbiornika są okresowe o okresie  $T$ , to moc czynna definiowana jest wzorem

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt. \quad (1)$$

Całka mocy czynnej w okresie rozliczeniowym, zwykle w ciągu jednego miesiąca,

$$\int_0^{\text{Miesiąc}} P dt = W_a, \quad (2)$$

zwana poniżej **energiją czynną**, jest podstawą rozliczeń energetycznych. Energia czynna traktowana jest jako energia, którą odbiorca zużytkowuje do różnych swoich celów, do oświetlenia, ogrzewania, jako energię mechaniczną silników, czy wreszcie jako energię potrzebną do zasilania urządzeń elektronicznych. Ogólnie, energia czynna traktowana jest jako energia absorbowana przez urządzenia użytkowe odbiorcy. Odbiorcy przemysłowi mogą ponosić ponadto koszty związane ze zbyt niską wartością współczynnika mocy  $\lambda = P/S$ , gdzie  $S$  jest mocą pozorną na zaciskach zasilania odbiornika.

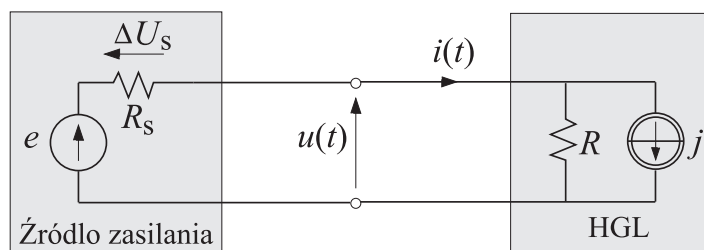
Sytuacja, do której dopasowana była koncepcja mocy i energii czynnej, stopniowo ulega jednak zmianie, zarówno ze względu na systemy rozdzielcze jak i na postęp w technice pomiarowej. Coraz częściej i w coraz większych ilościach energia dostarczana jest ze źródeł odnawialnych poprzez przekształtniki energoelektroniczne, które znacznie gorzej, w porównaniu z generatorami synchronicznymi, przybliżają napięcia sinusoidalne. Jednocześnie, jest coraz więcej odbiorników nieliniowych lub okresowo przełączalnych, generujących harmoniczne prądu. W mieszkaniach jest coraz mniej tradycyjnych żarówek, a coraz więcej lamp wyładowczych czy diod świecących oraz urządzeń elektronicznych; w przemyśle jest coraz więcej urządzeń energoelektronicznych, głównie w napędach. Ze względu na koszt, w porównaniu z innymi nośnikami, energia elektryczna jest też coraz rzadziej używana w urządzeniach ogrzewczych. Zmiany te można uznać za zmiany mające charakter trwałego trendu, prowadzącego do wzrostu poziomu odkształceń prądu i napięcia.

Moc czynna traktowana jest jako moc użyteczna, istnieje jednak w środowisku elektrotechnicznym pewna świadomość tego, że energia przenoszona przez harmoniczne oraz prądy i napięcia kolejności ujemnej (przeciwnej) może szkodliwie oddziaływać zarówno na odbiorniki energii jak i na urządzenie przesyłowe. Oznacza to, że moc i energia czynna są wielkościami bardziej złożonymi, niż mogłoby to wynikać z prostych definicji (1) i (2). Pojęcia „moc i energia czynna” oraz „moc i energia użyteczna” wymagają rozróżnienia. Wraz ze wzrostem cen energii różnica między tymi pojęciami może być coraz ważniejsza.

## 3. MOC CZYNNNA ODBIORNIKÓW GENERUJĄCYCH HARMONICZNE PRĄDU

Aby złożonością obwodu nie zaciemniać zjawisk i skupić się wyłącznie na mocy czynnej  $P$ , rozważmy możliwie najprostszy, rezystancyjny obwód jednofazowy z sinusoidalnym napięciem wewnętrznym źródła  $e(t)$  i z odbiornikiem generującym harmoniczne prądu. Obwód ten pokazany jest na rys.1.

1) Odbiornik czasowo-niezmieniczny - odbiornik, którego własności nie zmieniają się w czasie.



Rys 1. Obwód rezystancyjny z odbiornikiem generującym harmoniczne prądu (HGL)

Przyjmijmy, dla uproszczenia rozważań, że prąd odbiornika nie ma składowej stałej, a jedynie składową podstawową  $i_1(t)$  i harmoniczne wyższego rzędu,  $i_n(t)$ . Zbiór rzędów  $n$  wszystkich harmonicznych prądu, wraz z rzędem  $n = 1$ , harmonicznej podstawowej, oznaczymy symbolem  $N$ . Prąd odbiornika można przedstawić w postaci

$$i(t) = \sum_{n \in N} i_n = i_1 + i_h, \quad (3)$$

gdzie  $i_h$  oznacza sumę wszystkich harmonicznych prądu za wyjątkiem harmonicznej podstawowej.

W odpowiedzi na odkształcenie prądu odbiornika, napięcie na jego zaciskach jest odkształcone i może być przedstawione w postaci.

$$u(t) = \sum_{n \in N} u_n = u_1 + u_h. \quad (4)$$

Moc czynna odbiornika  $P$  jest sumą mocy czynnych poszczególnych harmonicznych  $P_n$ , mianowicie

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = \sum_{n \in N} P_n = P_1 + P_h. \quad (5)$$

Prąd generowany przez odbiornik ma harmoniczne wyższego rzędu  $n > 1$ , a więc dla harmonicznej podstawowej odbiornik jest odbiornikiem pasywnym, zatem

$$P_1 = U_1 I_1 > 0. \quad (6)$$

Ponieważ napięcie wewnętrzne źródła  $e(t)$  jest sinusoidalne, zatem dla harmonicznych wyższego rzędu źródło zasilania jest obiektem pasywnym. Tak więc, moc czynna każdej harmonicznej

$$P_n = U_n I_n = (-R_s I_n) I_n = -R_s I_n^2 < 0, \quad (7)$$

jest ujemna, a zatem ujemna jest także suma tych mocy

$$\sum_{n \notin 1} P_n = P_2 + P_3 + P_4 + \dots \stackrel{\text{def}}{=} P_h < 0. \quad (8)$$

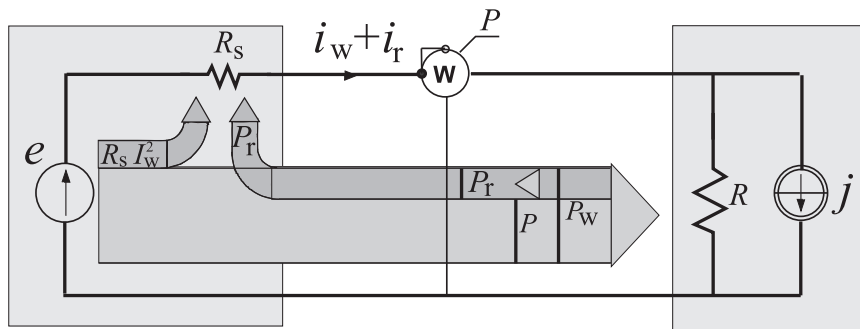
Ze względu na wartość ujemną, moc  $P_h$  jest mocą przepływu energii z odbiornika do źródła zasilania, a więc przepływu w kierunku przeciwnym do wypadkowego przepływu energii, którego wartością średnią jest moc czynna  $P$ . Istnienie w obwodzie tej mocy można interpretować jako zjawisko odbicia energii od odbiornika generującego harmoniczne prądu, a moc tego przepływu można nazwać **odbityą mocą czynną**, (reflected active power)  $P_r$ ,

$$P_r = -P_h. \quad (9)$$

Jedyną dodatnią składową mocy czynnej  $P$  w wyrażeniu (5) jest moc czynna harmonicznej podstawowej  $P_1$ . Tak więc, tylko harmoniczna podstawowa prądu i napięcia przenosi energię ze źródła do odbiornika. Ponieważ część tej energii jest odbita, moc czynna harmonicznej podstawowej  $P_1$  musi być większa od mocy czynnej  $P$  o wartość odbitej mocy czynnej  $P_r$ . Oznacza to, że odbiornik generujący harmoniczne prądu musi być zasilany z mocą  $P_1$  wyższą od mocy czynnej  $P$ . Moc czynną harmonicznej podstawowej  $P_1$  nazwiemy **roboczą mocą czynną** (working active power) i oznaczymy symbolem  $P_w$ . Tak więc, moc czynna  $P$  odbiornika generującego harmoniczne jest różnicą roboczej i odbitej mocy czynnej, mianowicie

$$P = P_w - P_r. \quad (10)$$

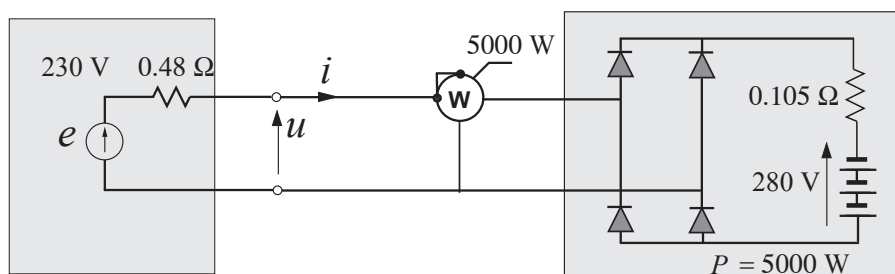
Przepływ energii w obwodzie z odbiornikiem generującym harmoniczne ilustruje rys. 2.



Rys. 2. Ilustracja przepływu energii w obwodzie z odbiornikiem generującym harmoniczne prądu

Prądy  $i_w$  oraz  $i_r$  na tym rysunku oznaczają **roboczy prąd czynny** i **odbity prąd czynny**, to jest minimalne prądy czynne niezbędne do przenoszenia energii roboczej i energii odbitej.

**Przykład 1.** Rysunek 3 przedstawia obwód z prostownikiem ładującym baterię akumulatorów z mocą czynną  $P = 5 \text{ kW}$ , ze źródła prądu zmiennego o wartości skutecznej napięcia wewnętrznego  $E = 230 \text{ V}$ .



Rys. 3. Obwód z prostownikiem ładującym baterię akumulatorów

Dla uproszczenia analizy przyjęto, że diody są idealne, bezstratne, a impedancja źródła zasilania jest czysto rezystancyjna. Przy takich założeniach i parametrach obwodu podanych na rys. 1, wartość skuteczna harmonicznej podstawowej napięcia i prądu na zaciskach odbiornika wynosi, odpowiednio

$$U_1 = 218,5 \text{ V}, \quad I_1 = 24,99 \text{ A},$$

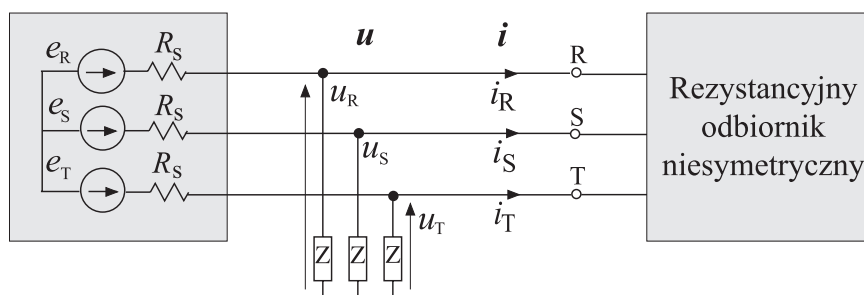
i nie ma między tymi harmonicznymi żadnego przesunięcia fazowego. Robocza moc czynna na zaciskach prostownika ma wartość  $P_w = P_1 = U_1 I_1 = 5242 \text{ W}$ . Jakkolwiek watomierz włączony na zaciskach prostownika wskazuje wartość mocy czynnej  $P = 5000 \text{ W}$ , prostownik wymaga zasilania z mocą czynną  $P_w = 5242 \text{ W}$ . Odbita moc czynna ma wartość

$$P_r = P_w - P = 242 \text{ W},$$

co stanowi około 5% mocy czynnej prostownika.

#### 4. MOC CZYNNA ODBIORNIKÓW NIESYMETRYCZNYCH

Rozważmy czysto rezystancyjny obwód trójfazowy, trójprzewodowy, zasilany ze źródła napięcia sinusoidalnego kolejności dodatniej z odbiornikiem niesymetrycznym, przedstawiony na rys. 4.



Rys. 4. Trójfazowy, trójprzewodowy obwód rezystancyjny

Ze względu na założoną asymetrię odbiornika, jego prąd zasilania jest asymetryczny i może być rozłożony na składowe symetryczne kolejności dodatniej (p) i kolejności ujemnej (n). Wektor trójfazowy tego prądu może być więc przedstawiony w postaci

$$[i_R, i_S, i_T]^T \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{i} = \mathbf{i}^p + \mathbf{i}^n, \quad (11)$$

gdzie  $\mathbf{i}^p$  oraz  $\mathbf{i}^n$  są wektorami składowych symetrycznych prądu kolejności dodatniej i ujemnej. Napięcie zasilania, ze względu na asymetrię prądu odbiornika, jest asymetryczne i podobnie jak prąd może być rozłożone na składowe symetryczne kolejności dodatniej i ujemnej. Wektor trójfazowy tych napięć może więc być przedstawiony w postaci

$$[u_R, u_S, u_T]^T \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{u} = \mathbf{u}^p + \mathbf{u}^n. \quad (12)$$

Składowe symetryczne wzajemnie przeciwnych kolejności są ortogonalne [1], a więc ich iloczyn skalarny

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{x}^T(t) \mathbf{y}(t) dt, \quad (13)$$

jest równy zeru. W odniesieniu do składowych symetrycznych oznacza to, że  $(\mathbf{u}^p, \mathbf{i}^n) = 0$  oraz  $(\mathbf{u}^n, \mathbf{i}^p) = 0$ .

Moc czynna  $P$  odbiornika trójfazowego może być wyrażona [1] jako iloczyn skalarny wektorów trójfazowych napięcia i prądu odbiornika, a zatem

$$P = (\mathbf{u}, \mathbf{i}) = (\mathbf{u}^p, \mathbf{i}^p) + (\mathbf{u}^n, \mathbf{i}^n) = P^p + P^n. \quad (14)$$

Na początku tego rozdziału zostało przyjęte, że napięcie wewnętrzne  $\mathbf{e}(t)$  źródła zasilania jest symetryczne, kolejności dodatniej, zatem składowa symetryczna kolejności ujemnej  $\mathbf{u}^n(t)$  napięcia na zaciskach odbiornika pojawia się wyłącznie jako wynik spadku napięcia składowej prądu  $\mathbf{i}^n(t)$  na rezystancji wewnętrznej źródła.

Moc czynna składowych prądu i napięcia kolejności ujemnej może być więc przedstawiona w postaci

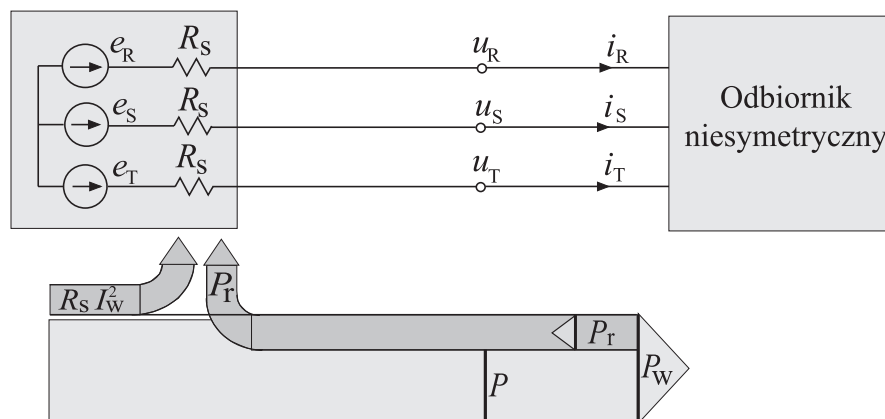
$$P^n \stackrel{\text{def}}{=} (\mathbf{u}^n, \mathbf{i}^n) = (-R_S \mathbf{i}^n, \mathbf{i}^n) = -R_S \|\mathbf{i}^n\|^2 < 0. \quad (15)$$

Moc ta jest ujemna i może być interpretowana jako moc przepływu energii z odbiornika do źródła, a więc w kierunku przeciwnym do przepływu energii z mocą czynną  $P$  ze źródła zasilania do odbiornika. Energia przenoszona przez składowe kolejności ujemnej jest rozpraszana na rezystancji wewnętrznej źródła  $R_S$ . Energia do odbiornika dostarczana jest wyłącznie przez składowe symetryczne prądu i napięcia kolejności dodatniej z mocą  $P^p$ .

Ponieważ część tej energii, wskutek niezrównoważenia odbiornika i powstawania w związku z tym składowej prądu kolejności ujemnej przepływa z powrotem do źródła, moc  $P^p$  musi być większa od mocy czynnej  $P$ . Analogicznie jak w przypadku odbiorników generujących harmoniczne, moc ta może być traktowana jako **robocza moc czynna**, odbiornika trójfazowego, tj.  $P^p = P_w$ . Podobnie jak w przypadku mocy czynnej harmonicznych generowanych w odbiorniku, moc czynna składowych ujemnej kolejności może być traktowana jako odbita moc czynna, tj.  $P^n = P_r$ . Tak więc, moc czynna odbiornika niesymetrycznego

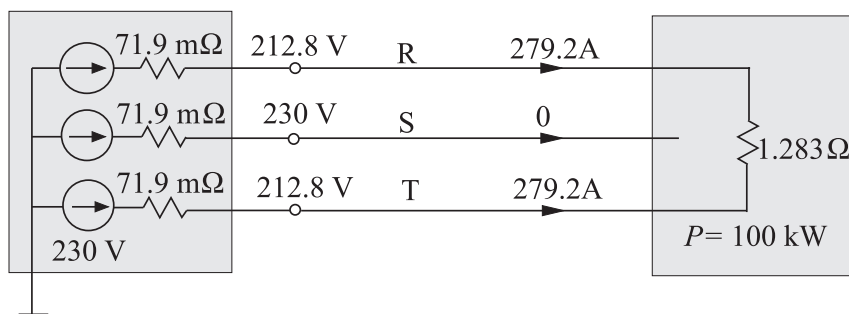
$$P = P_w - P_r. \quad (16)$$

Przeływ energii w rezystancyjnym obwodzie trójprzewodowym ilustruje rys.5.



Rys. 5. Ilustracja przepływu energii w obwodzie z odbiornikiem niesymetrycznym

**Przykład 2.** Parametry obwodu pokazanego na rys. 6 zostały dobrane tak, aby przy zasilaniu odbiornika ze źródła o sinusoidalnym i symetrycznym napięciu wewnętrznym oraz wartości skutecznej napięcia linii  $R$  względem ziemi,  $E_R = 230$  V, moc czynna odbiornika wynosiła  $P = 100$  kW.



Rys. 6. Przykład rezystancyjnego obwodu trójfazowego z odbiornikiem niesymetrycznym

Przyjmując, że zespolona wartość skuteczna napięcia wewnętrznego  $e_R(t)$  źródła wynosi

$$E_R = 230e^{j0^\circ} \text{ V},$$

zespolona wartość skuteczna prądów w przewodach R i T jest równa

$$I_R = -I_T = 279,2e^{j30^\circ} \text{ A},$$

zaś zespolone wartości skuteczne składowych symetrycznych prądu odbiornika

$$\begin{bmatrix} I^p \\ I^n \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1, & \alpha, & \alpha^* \\ 1, & \alpha^*, & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 161,2e^{j0^\circ} \\ 161,2e^{-j60^\circ} \end{bmatrix} \text{ A}.$$

Zespolone wartości skuteczne napięcia na zaciskach odbiornika wynoszą

$$U_R = E_R - R_s I_R = 212,8e^{j2,7^\circ} \text{ V},$$

$$U_T = E_T - R_s I_T = 212,8e^{j117,3^\circ} \text{ V},$$

a składowe symetryczne tych napięć:

$$\begin{bmatrix} U^p \\ U^n \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1, & \alpha, & \alpha^* \\ 1, & \alpha^*, & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_R \\ U_S \\ U_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 218,4e^{j0^\circ} \\ 11,6e^{j120^\circ} \end{bmatrix} \text{ V}.$$

Robocza moc czynna  $P_w$  odbiornika ma więc wartość

$$P_w = P^p = (\mathbf{u}^p, \mathbf{j}^p) = 3U^p I^p = 105,6 \text{ kW},$$

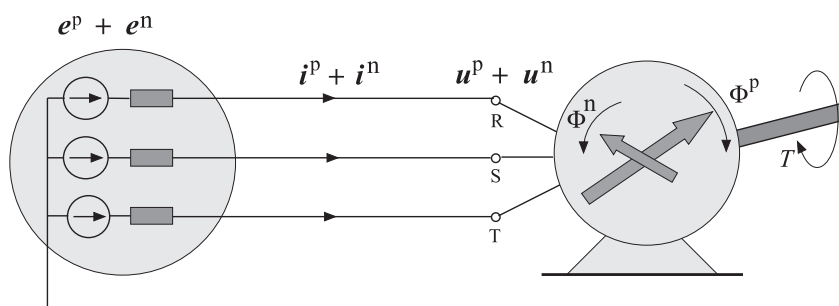
zaś odbita moc czynna

$$P_r = -P^n = -(\mathbf{u}^n, \mathbf{j}^n) = -3\text{Re}\{U^n I^{n*}\} = 5,6 \text{ kW}.$$

## 5. MOC CZYNNNA SILNIKÓW INDUKCYJNYCH

W poprzednich rozdziałach analiza mocy czynnej dotyczyła sytuacji, w których odkształcenie prądu i napięcia bądź ich asymetria miały swe źródło w odbiorniku. Przyjmijmy teraz, że asymetria i odkształcenie mają swe źródło po stronie zasilania. Negatywne skutki takiego zasilania widoczne są szczególnie wyraźnie w przypadkach zasilania silników indukcyjnych.

Świadomość szkodliwości asymetrii i odkształcenia napięcia zasilania na pracę silników indukcyjnych jest dość powszechna w środowisku elektrotechnicznym, skupmy się zatem tylko na mocy czynnej silników zasilanych napięciem asymetrycznym, tak jak jest to pokazane na rys. 7.



Rys. 7. Obwód z silnikiem indukcyjnym zasilanym napięciem asymetrycznym.

Napięcie wewnętrzne  $e(t)$  źródła zasilania może być wyrażone jako suma składowych symetrycznych kolejności dodatniej i ujemnej,  $e^p(t)$  oraz  $e^n(t)$ , tak jak to ilustruje rysunek. W wyniku tej asymetrii napięciowej prąd silnika jest asymetryczny, ma składowe symetryczne  $i^p(t)$  oraz  $i^n(t)$ , i powoduje, wskutek spadku napięcia na impedancji źródła zasilania, asymetrię napięcia na zaciskach silnika. Napięcie to ma składowe symetryczne  $u^p(t)$  oraz  $u^n(t)$ . Moc czynna silnika może być więc wyrażona w postaci

$$P = (\mathbf{u}, \mathbf{i}) = (\mathbf{u}^p, \mathbf{i}^p) + (\mathbf{u}^n, \mathbf{i}^n) = P^p + P^n, \quad (17)$$

jest więc sumą mocy czynnych przenoszonych przez składowe kolejności dodatniej i składowe kolejności ujemnej.

Energia przenoszona jest ze stojana na wał silnika poprzez strumień magnetyczny  $\Phi^p$  wirujący zgodnie z kierunkiem obrotów silnika i wytwarzany wyłącznie przez składową prądu stojana kolejności dodatniej  $u^p(t)$ . Składowa kolejności przeciwnej  $u^n(t)$  wytwarza strumień  $\Phi^n$  wirujący w kierunku przeciwnym i nie przenosi on energii na wał silnika. Jest ona rozpraszana w wirniku jako ciepło podnosząc temperaturę silnika.

Tak więc, **roboczą mocą czynną** jest tylko moc czynna składowych symetrycznych kolejności dodatniej, tj.  $P_w = P^p$ . Moc czynna składowych symetrycznych kolejności ujemnej jest **szkodliwą mocą czynną** (detrimental active power). Oznaczmy ją symbolem  $P_d = P^n$ . Moc czynna  $P$  mierzona na zaciskach silnika ma więc składową roboczą i składową szkodliwą, mianowicie

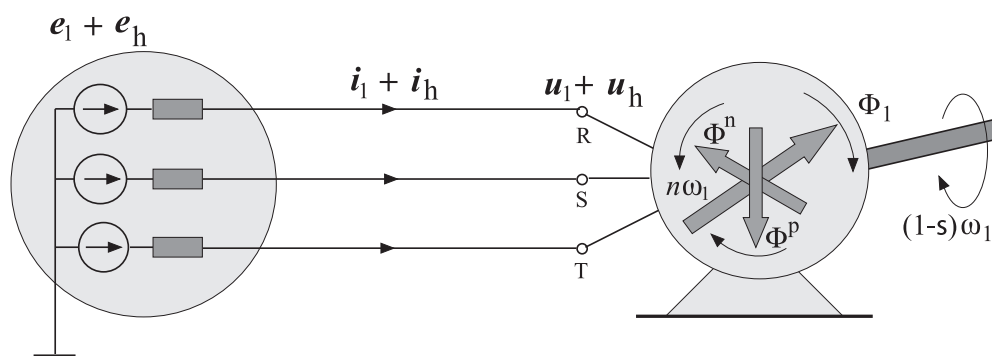
$$P = P_w + P_d. \quad (18)$$

W odróżnieniu od odbiorników generujących harmoniczne lub powodujących asymetrię, w przypadku silników indukcyjnych moc robocza  $P_w$  jest mniejsza od mocy czynnej  $P$

Oczywiście nie cała robocza moc czynna  $P_w$  jest przekształcana na moc mechaniczną na wale silnika. Część tej mocy tracona jest w rezystancji stojana, wirnika oraz jako moc strat mechanicznych, podnosząc temperaturę silnika. Jednak moc czynna składowej przeciwnej, to jest szkodliwa moc czynna  $P_d$ , jest całkowicie mocą strat. Należy tu zwrócić uwagę na to, że o ile strumień magnetyczny tworzony przez składową prądu stojana kolejności zgodnej  $\Phi^p$  wiruje względem wirnika z prędkością poślizgu, to jest z prędkością (zakładając, że silnik ma jedną parę biegunów) kilku tylko procent prędkości kątowej  $\omega_1$ , o tyle strumień magnetyczny kolejności przeciwnej  $\Phi^n$  wiruje względem wirnika z prędkością równą niemal podwójnej prędkości kątowej  $\omega_1$ . Przy takiej prędkości wirowania, przy niewielkiej nawet asymetrii prądów stojana, niewielki strumień magnetyczny  $\Phi^n$ , może indukować w wirniku napięcia porównywalne z napięciami indukowanymi przez strumień  $\Phi^p$ .

Harmoniczne w napięciu zasilającym oddziałują na silnik indukcyjny równie szkodliwie jak asymetria napięciowa. Aby wyjaśnić to działanie przyjmijmy, że silnik jest zasilany ze źródła o symetrycznym, lecz niesinusoidalnym napięciu kolejności dodatniej, jak to jest pokazane na rys. 8.





Rys. 8. Obwód z silnikiem indukcyjnym zasilanym napięciem niesinusoidalnym.

Napięcie wewnętrzne źródła  $\mathbf{e}(t)$ , o harmonicznych ze zbioru  $N$ , może być przedstawione w postaci wektora trójfazowego

$$\mathbf{e}(t) = \sum_{n \in N} \mathbf{e}_n = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_h, \quad (19)$$

gdzie  $\mathbf{e}_h$  oznacza wektor sumy wszystkich harmonicznych napięcia za wyjątkiem harmonicznej podstawowej  $\mathbf{e}_1$ . Prąd i napięcie na zaciskach silnika przy takim zasilaniu są odkształcone i mogą być przedstawione w postaci, odpowiednio

$$\mathbf{i}(t) = \sum_{n \in N} \mathbf{i}_n = \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_h \quad \mathbf{u}(t) = \sum_{n \in N} \mathbf{u}_n = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_h. \quad (20)$$

Moc czynna silnika może być rozłożona jak następuje

$$\begin{aligned} P = (\mathbf{u}, \mathbf{i}) &= (\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_h, \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_h) = (\mathbf{u}_1, \mathbf{i}_1) + (\mathbf{u}_h, \mathbf{i}_h) = \\ &= (\mathbf{u}_1, \mathbf{i}_1) + \sum_{n \in N-1} (\mathbf{u}_n, \mathbf{i}_n) = P_1 + \sum_{n \in N-1} P_n = P_1 + P_h \end{aligned} \quad (21)$$

Harmoniczne prądu stojana kolejności ujemnej, to jest rzędu  $n = 3k - 1$ , wytwarzają w silniku strumienie magnetyczne wirujące (przy założeniu, że uzwojenie stojana tworzy jedną parę biegunów) z prędkością kątową  $n\omega_1$  w kierunku przeciwnym do kierunku obrotów wirnika. Strumienie te nie przenoszą energii na wał silnika. Jest ona całkowicie tracona w wirniku jako ciepło podnoszące temperaturę silnika.

Harmoniczne prądu stojana kolejności dodatniej, to jest rzędu  $n = 3k + 1$ , wytwarzają w silniku strumienie magnetyczne wirujące z prędkością  $n\omega_1$  w kierunku zgodnym z kierunkiem obrotów wirnika. Ich prędkość kątową względem wirnika jest w przybliżeniu równa  $(n-1)\omega_1$ , co oznacza, że ze względu na te harmoniczne, silnik zachowuje się jak maszyna z mechanicznie unieruchomionym wirnikiem. Energia przenoszona przez takie harmoniczne również nie jest przenoszona na wał silnika. Przekształcana jest ona w wirniku na ciepło.

Tak więc, moc czynna harmonicznych na zaciskach silnika jest szkodliwą mocą czynną,  $P_d = P_h$ . Roboczą mocą czynną  $P_w$  jest tylko moc czynna harmonicznej podstawowej, tj.  $P_w = P_1$ . Należy tu zwrócić na to, że nawet nieznaczne strumienie magnetyczne wytwarzane przez harmoniczne prądu stojana mogą indukować w wirniku, ze względu na wysoką prędkość kątową, napięcia porównywalne z indukowanymi przez strumień  $\Phi_1$ .

Harmoniczne w napięciu zasilania towarzyszą zwykle jego asymetrii. Ponieważ harmoniczne są ortogonalne względem składowych symetrycznych harmonicznej podstawowej napięcia i prądu, moce czynne harmonicznych i tych składowych są wzajemnie addytywne, zatem moc czynna silnika zasilanego napięciem niesinusoidalnym i asymetrycznym może być przedstawiona w postaci

$$P = P_1^p + (P_1^n + P_h) = P_w + P_d. \quad (22)$$



## 6. CZY PODSTAWY ROZLICZEŃ ENERGETYCZNYCH SĄ POPRAWNE?

Rozliczenia za energię między jej dostawcą a odbiorcą oparte są obecnie na ilości energii czynnej dostarczanej użytkownikowi. Nieutrzymanie przez odbiorcę poziomu współczynnika mocy lub przekroczenie poziomu odkształceń harmonicznych, czy asymetrii prądu może prowadzić do kar umownych. Są to pewne mechanizmy obniżające poziom asymetrii i odkształceń, lecz mające raczej charakter interwencyjny niż stałych mechanizmów ekonomicznych. Pomijając kary umowne, odbiorca generujący harmoniczne lub powodujący asymetrię prądu, płacąc za energię czynną, nie ponosi zupełnie ekonomicznych skutków harmonicznych i asymetrii. Ponosi je dostawca energii. Dostawca energii zasilającej silniki indukcyjne, opłacany za ilość dostarczonej energii czynnej, nie ponosi ciężaru ekonomicznych skutków asymetrii i harmonicznych dostarczonego napięcia. Skutki te ponosi odbiorca. Tylko kary umowne korygują tę, niekorzystną dla utrzymania jakości zasilania i jakości odbioru sytuację, szczególnie, że kary umowne, ze względu na asymetrię wielkości stron układu dostawca-odbiorca, dotyczą raczej odbiorców energii niż jej dostawców.

W przypadku rozliczeń opartych na energii roboczej, strona odpowiedzialna za odkształcenia lub asymetrię ponosi ciężar finansowy skutków ekonomicznych generowania harmonicznych i asymetrii. Odbiorca generujący harmoniczne lub asymetrię ponosi koszt energii dostarczonej przez dostawcę, lecz także koszt energii odbitej. Dostawca energii dostarczanej do silników indukcyjnych w obecności asymetrii i harmonicznych w napięciu zasilającym nie otrzymuje zapłaty za energię przenoszoną przez harmoniczne i składowe symetryczne kolejności ujemnej. Takie rozliczenia mogłyby tworzyć motywacje ekonomiczne w kierunku redukcji asymetrii i harmonicznych, zarówno u odbiorców energii jak i u jej dostawców.

## 7. PODSUMOWANIE

W artykule tym pokazano, że moc czynna winna być, w systemach z niesinusoidalnymi i asymetrycznymi przebiegami prądu i napięcia, traktowana jako wielkość złożona, z której można wyodrębnić trzy składowe różniące się zasadniczo pod względem ich zachowania w obwodzie, znaczenia fizycznego, technicznego i ekonomicznego, to jest roboczą moc czynną, odbitą moc czynną i szkodliwą moc czynną.

Artykuł dotyczy zagadnienia, które dla środowiska elektrotechnicznego nie jest nowe, lecz jednocześnie będącego wyzwaniem dla jednej z najmocniej ugruntowanych w elektrotechnice koncepcji: rozliczeń energetycznych opartych na ilości energii czynnej. Być może, proponowana w tym artykule koncepcja oparcia tych rozliczeń na ilości energii roboczej, przyczyniłaby się do większej racjonalizacji użytkowania energii i jej oszczędności poprzez poprawę jakości zasilania i jakości odbioru, wymaga to jednak wielu badań nad skutkami takiej zmiany. Pomimo małego prawdopodobieństwa, aby w przewidywalnej przyszłości mogło dość do zmiany podstaw rozliczeń energetycznych, artykuł ten może w środowisku elektrotechnicznym podnieść świadomość istnienia problemu z podstawami i racjonalnością tych rozliczeń.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Czarnecki, L.S.: (2005) Moce w Obwodach Elektrycznych z Niesinusoidalnymi Przebiegami Prądów i Napięć, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.