

MOCE W LINIOWYCH SYSTEMACH TRÓJFAZOWYCH Z PRZEWODEM ZEROWYM

Leszek S. Czarnecki, IEEE Life Fellow, Louisiana State University, USA

Układy trójfazowe z przewodem zerowym są najbardziej rozpowszechnionymi układami rozdzielczymi na poziomie użytkowania energii elektrycznej zarówno przez odbiorniki trójfazowe jak i odbiorniki jednofazowe. Są to układy, w których najczęściej pojawia się potrzeba poprawy współczynnika mocy na drodze kompensacji. Ze względu na obecność odbiorników jednofazowych, układy takie mogą mieć niekiedy znaczny poziom niezrównoważenia, a zatem wysoki poziom asymetrii prądów zasilania. Niestety, elektrotechnika teoretyczna przez wiele dziesięcioleci nie była w stanie poprawnie opisać zjawisk energetycznych w obwodach niezrównoważonych; a między innymi, nie było znane poprawne równanie mocy takich układów, a zatem i poprawna definicja współczynnika mocy. Przyczyną tego była błędna definicja mocy pozornej S . Sytuacja ta była zasadniczą przeszkodą dla rozwiązania zagadnienia kompensacji reaktancyjnej w układach trójfazowych z przewodem zerowym. Metody te musiały być z konieczności oparte jedynie na inżynierskiej intuicji. Opracowana w ostatnich latach Teoria Składowych Fizycznych Prądu (ang.: Currents' Physical Components, CPC) umożliwia obecnie zdefiniowanie mocy w takich układach i ich opis energetyczny poprawnym równaniem mocy. Umożliwia to poprawne oszacowanie współczynnika mocy i tworzy ścisłe podstawy dla rozwoju metod kompensacji reaktancyjnej. Przedmiotem niniejszego artykułu jest rozkład prądu zasilania niezrównoważonego odbiornika liniowego na składowe fizyczne, stowarzyszone z konkretnymi zjawiskami energetycznymi w obwodzie, oraz wyprowadzenie równania mocy takich układów.

1. WSTĘP

Sieci rozdzielcze w zakładach przemysłowych, budynkach handlowych czy biurowych oraz w dzielnicach mieszkaniowych zasilają zarówno odbiorniki trójfazowe jak i odbiorniki jednofazowe. Budowane są w związku z tym jako sieci trójfazowe z przewodem zerowym. Ze względu na obecność odbiorników jednofazowych sieci takie mogą mieć niekiedy znaczny poziom niezrównoważenia, a zatem asymetrię prądów zasilających. Asymetria taka może być szczególnie widoczna w sieciach trakcyjnych.

Pomimo że znacząca część energii elektrycznej przenoszona jest w takich właśnie układach, elektrotechnika teoretyczna nie dostarczyła do tej pory poprawnego opisu zjawisk energetycznych w czteroprzewodowych niezrównoważonych układach trójfazowych, nawet wtedy, gdy prądy i napięcia są sinusoidalne. W szczególności, powszechnie stosowane równanie mocy

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (1)$$

nie jest poprawne w obecności asymetrii prądów zasilania, lub inaczej, jest ono poprawne tylko wtedy, gdy moc pozorna S zdefiniowana jest jako geometryczna moc pozorna. Jednak przy takiej definicji mocy pozornej otrzymuje się w układach niezrównoważonych błędną wartość współczynnika mocy $\lambda = P/S$. Zostało to pokazane w artykule [1] dla układów trójfazowych, trójprzewodowych, lecz wniosek ten ważny jest także dla obwodów czteroprzewodowych.

Współczynnik mocy w niezrównoważonych układach trójprzewodowych ma poprawną wartość tylko wtedy, gdy moc pozorna S zdefiniowana jest [2, 3], jako iloczyn trójfazowych wartości skutecznych $\|\mathbf{u}\|$, $\|\mathbf{i}\|$ wektorów prądu i napięcia zasilania $\mathbf{u} = [u_R, u_S, u_T]^T$, $\mathbf{i} = [i_R, i_S, i_T]^T$, mianowicie

$$S \stackrel{\text{df}}{=} \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}\|. \quad (2)$$

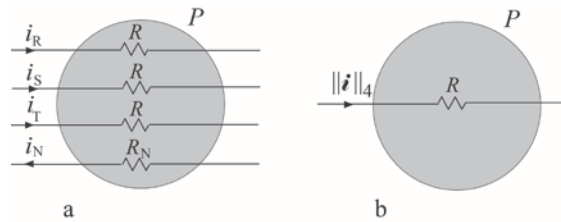
Trójfazowe wartości skuteczne tych wektorów w przypadku przebiegów sinusoidalnych mają wartość

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{U_R^2 + U_S^2 + U_T^2}, \quad \|\mathbf{i}\| = \sqrt{I_R^2 + I_S^2 + I_T^2}. \quad (3)$$

2. TRÓJFAZOWA WARTOŚĆ SKUTECZNA PRĄDU W UKŁADACH Z PRZEWODEM ZEROWYM

Rozszerzenie definicji (2) na układy trójfazowe z przewodem zerowym wymaga zdefiniowania trójfazowej wartości skutecznej prądu i napięcia w takich układach. Urządzenia przesyłowe w takich układach budowane są zwykle tak, aby fazy miały możliwie najwyższą symetrię impedancyjną. Można więc przyjąć, że ich impedancje fazowe Z_R , Z_S , oraz Z_T są sobie równe. Może to jednak nie dotyczyć impedancji przewodu zerowego tak, jak ma to szczególnie miejsce w transformatorach trójfazowych, w których impedancja ta, w porównaniu z impedancją uzwojeń, jest pomijalnie mała.

Urządzenia transmisyjne w takich układach, w szczególności transformatory czy linie zasilające, można przedstawić ze względu na straty energii w postaci obwodu równoważnego, pokazanego na Rys. 1(a).



Rys 1. (a) Schemat zastępczy urządzenia trójfazowego z przewodem zerowym równoważny ze względu na straty energii oraz (b) równoważny ze względu na straty energii odbiornik jednofazowy.

Niezależnie od przebiegu czasowego prądów liniowych, i_R , i_S oraz i_T , moc czynna P urządzenia trójfazowego pokazanego na rys. 1(a) ma wartość

$$P = R(\|i_R\|^2 + \|i_S\|^2 + \|i_T\|^2) + R_N \|i_N\|^2$$

gdzie symbol $\|i\|$ oznacza wartość skuteczną pojedynczego prądu liniowego. Prądy liniowe, uporządkowane w wektor $\mathbf{i} = [i_R, i_S, i_T]^T$ mają trójfazową wartość skuteczną

$$\|\mathbf{i}\|_3 = \sqrt{\|i_R\|^2 + \|i_S\|^2 + \|i_T\|^2}$$

a zatem

$$P = R\|\mathbf{i}\|_3^2 + R_N \|i_N\|^2.$$

Urządzenie jednofazowe o rezystancji R pokazane na rys. 1(b) jest równoważne ze względu na straty energii urządzeniu trójfazowemu o rezystancjach pokazanych na rys. 1(a) jeśli wartość skuteczna prądu, oznaczona symbolem $\|\mathbf{i}\|_4$, spełnia warunek

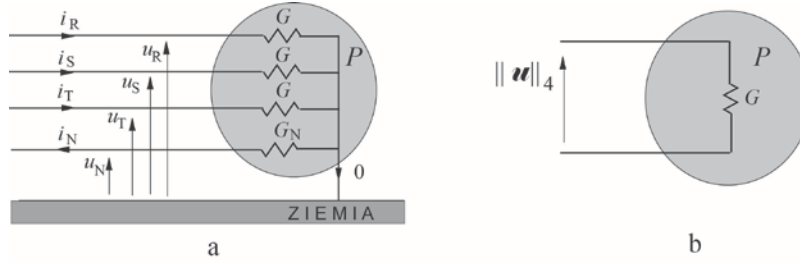
$$\|\mathbf{i}\|_4^2 R = \|\mathbf{i}\|_3^2 R + \|i_N\|^2 R_N$$

czyli jeśli ma wartość

$$\|\mathbf{i}\|_4 = \|\mathbf{i}\|_3 \sqrt{1 + \frac{R_N}{R} \left(\frac{\|i_N\|}{\|\mathbf{i}\|_3}\right)^2}. \quad (4)$$

Wartość ta będzie nazywana **trójfazową wartością skuteczną prądu** w układzie z przewodem zerowym. W odróżnieniu od trójfazowej wartości skutecznej prądu w układzie trójprzewodowym, $\|\mathbf{i}\|_3$, zależy ona także od rezystancji przewodowych urządzenia, przez który prąd ten przepływa.

W podobny sposób można zdefiniować i wprowadzić pojęcie trójfazowej wartości skutecznej napięcia. Mianowicie, odbiorniki o schematach zastępczych pokazanych na rys 2(a) i 2(b) są równoważne ze względu na moc czynną



Rys 2. (a) Schemat zastępczy urządzenia trójfazowego z przewodem zerowym równoważny ze względu na straty energii oraz (b) równoważny ze względu na straty energii odbiornik jednofazowy.

jeśli wartość skuteczna napięcia odbiornika jednofazowego jest równa

$$\|\mathbf{u}\|_4 = \|\mathbf{u}\|_3 \sqrt{1 + \frac{G_N}{G} \left(\frac{\|u_N\|}{\|\mathbf{u}\|_3} \right)^2}. \quad (5)$$

Pomimo analogii wzorów (4) i (5), użyteczność tego ostatniego jest mniejsza, gdyż wartość skuteczna napięcia u_N może być zwykle pomiarowo mniej dostępna niż wartość skuteczna prądu i_N . Ponadto, napięcia przewodowe mierzone są zwykle względem przewodu zerowego a nie względem ziemi. W takim przypadku obliczana trójfazowa wartość skuteczna napięcia $\|\mathbf{u}\|_4$ może być obarczona pewnym błędem. Akceptując ten błąd można przyjąć, że

$$\|\mathbf{u}\|_4 \approx \|\mathbf{u}\|_3 = \|\mathbf{u}\| = \sqrt{\|u_R\|^2 + \|u_S\|^2 + \|u_T\|^2} = \sqrt{3} U_R. \quad (6)$$

Przez analogię do trójprzewodowych niezrównoważonych układów trójfazowych, w których arytmetyczna:

$$S \stackrel{\text{df}}{=} U_R I_R + U_S I_S + U_T I_T$$

i geometryczna definicja mocy:

$$S \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{P^2 + Q^2}$$

prowadzą do błędnej wartości współczynnika mocy [1, 2, 3], a dopiero definicja (2) pozwala poprawnie obliczyć ten współczynnik, moc pozorna w układach z przewodem zerowym winna być definiowana jako

$$S \stackrel{\text{df}}{=} \|\mathbf{u}\|_4 \|\mathbf{i}\|_4. \quad (7)$$

Akceptując pewien błąd, można tę moc obliczać tak, jak w układach trójprzewodowych, to jest

$$S \approx \|\mathbf{u}\|_3 \|\mathbf{i}\|_3 = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}\|. \quad (8)$$

3. SKŁADOWE FIZYCZNE PRĄDU W UKŁADACH Z PRZEWODEM ZEROWYM

Rozważmy obwód z liniowym, czasowo-niezmienicznym, lecz niezrównoważonym odbiornikiem trójfazowym, skonfigurowanym w gwiazdę tak, jak jest to pokazane na Rys. 3(a), z przewodem zerowym o zerowej impedancji, zasilany napięciem symetrycznym i sinusoidalnym.

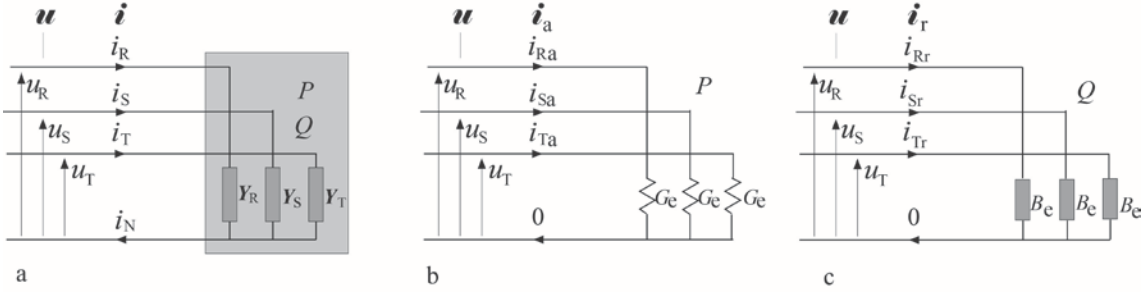
Prąd zasilania takiego odbiornika można przedstawić w postaci

$$\mathbf{i} = \sqrt{2} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{I}_R \\ \mathbf{I}_S \\ \mathbf{I}_T \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_R U_R \\ \mathbf{Y}_S U_S \\ \mathbf{Y}_T U_T \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\}. \quad (9)$$

Moc czynna i bierna takiego odbiornika mają wartości

$$P = \text{Re} \{ \mathbf{Y}_R^* + \mathbf{Y}_S^* + \mathbf{Y}_T^* \} U_R^2 = (G_R + G_S + G_T) U_R^2 \quad (10)$$

$$Q = \text{Im} \{ \mathbf{Y}_R^* + \mathbf{Y}_S^* + \mathbf{Y}_T^* \} U_R^2 = -(B_R + B_S + B_T) U_R^2. \quad (11)$$



Rys. 3 (a) Odbiornik skonfigurowany w gwiazdę z przewodem zerowym; (b) i (c) odbiorniki zrównoważone, równoważne (b) ze względu na moc czynną P oraz (c) ze względu na moc bierną Q .

Odbiornik ten jest równoważny, ze względu na moc czynną P , zrównoważonemu odbiornikowi rezystancyjnemu, pokazanemu na rys. 3(b), o konduktancji fazowej

$$G_e = \frac{P}{\|\mathbf{u}\|^2} = \frac{P}{3U_R^2} = \frac{1}{3}(G_R + G_S + G_T) \quad (12)$$

zwanej **konduktancją równoważną**. Prąd zasilania tego odbiornika

$$\mathbf{i}_a(t) = G_e \mathbf{u}(t) \quad (13)$$

jest prądem symetrycznym, w fazie z napięciem zasilania. Jest to najmniejszy prąd odbiornika, który zasilany napięciem \mathbf{u} ma moc czynną P . Jest to **prąd czynny** odbiornika.

Odbiornik na rys. 3(a) jest równoważny, ze względu na moc bierną Q , zrównoważonemu odbiornikowi reaktancyjnemu, pokazanemu na rys. 3(c), o susceptancji

$$B_e = -\frac{Q}{\|\mathbf{u}\|^2} = -\frac{1}{3}\frac{Q}{U_R^2} = \frac{1}{3}(B_R + B_S + B_T) \quad (14)$$

zwanej **susceptancją równoważną**. Prąd zasilania takiego odbiornika jest prądem symetrycznym, przesunięty o ćwierć okresu względem napięcia zasilania.

$$\mathbf{i}_r = B_e \frac{d}{d(\omega t)} \mathbf{u} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ jB_e \begin{bmatrix} U_R \\ U_S \\ U_R \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\}. \quad (15)$$

Jest to **prąd bierny** odbiornika. Admitancje obu odbiorników zrównoważonych tworzą **admitancję równoważną**

$$Y_e \stackrel{\text{df}}{=} G_e + jB_e = \frac{1}{3}(Y_R + Y_S + Y_T). \quad (16)$$

Prąd zasilania odbiornika niezrównoważonego jest większy od sumy prądów odbiorników, równoważnych ze względu na moc czynną i moc bierną, o prąd

$$\mathbf{i}_u = \mathbf{i} - \mathbf{i}_a - \mathbf{i}_r = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} (Y_R - G_e - jB_e)U_R \\ (Y_S - G_e - jB_e)U_S \\ (Y_T - G_e - jB_e)U_T \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} (Y_R - G_e - jB_e) \\ (Y_S - G_e - jB_e)\alpha^* \\ (Y_T - G_e - jB_e)\alpha \end{bmatrix} U_R e^{j\omega t} \right\} \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} I_{Ru} \\ I_{Su} \\ I_{Tu} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\}. \quad (17)$$

Istnienie tej składowej w prądzie zasilania odbiornika nie ma związku ani z mocą czynną ani z mocą bierną odbiornika, a tylko z faktem, że odbiornik ten jest niezrównoważony, dlatego składowa ta będzie określana jako **prąd niezrównoważenia** (Ang.: **unbalanced current**).

Obliczmy zespoloną wartość skuteczną składowej symetrycznej kolejności zgodnej tego prądu. Jest ona równa

$$\begin{aligned} I_u^p &= \frac{1}{3}(I_{Ru} + \alpha I_{Su} + \alpha^* I_{Tu}) = \frac{1}{3}[(Y_R - G_e - jB_e) + \alpha(Y_S - G_e - jB_e)\alpha^* + \alpha^*(Y_T - G_e - jB_e)\alpha]U_R = \\ &= \frac{1}{3}[(Y_R + Y_S + Y_T) - 3G_e - j3B_e]U_R = 0. \end{aligned}$$

Tak więc, prąd ten nie ma składowej kolejności zgodnej z kolejnością napięć zasilania. Prąd ten pojawia się wyłącznie wskutek niezrównoważenia odbiornika.

Zespolona wartość skuteczna składowej kolejności przeciwnej tego prądu jest równa

$$\begin{aligned} I_u^n &= \frac{1}{3}(I_{Ru} + \alpha^* I_{Su} + \alpha I_{Tu}) = \frac{1}{3}[(Y_R - G_e - jB_e) + \alpha^*(Y_S - G_e - jB_e)\alpha^* + \alpha(Y_T - G_e - jB_e)\alpha]U_R = \\ &= \frac{1}{3}(Y_R + \alpha Y_S + \alpha^* Y_T) U_R \stackrel{\text{df}}{=} A^n U_R \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie

$$A^n \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{3}(Y_R + \alpha Y_S + \alpha^* Y_T). \quad (19)$$

Wtedy, gdy $Y_R = Y_S = Y_T$, to jest wtedy, gdy odbiornik jest zrównoważony, współczynnik ten ma wartość zerową. Gdy nie jest on równy zero, wówczas w prądzie zasilania pojawia się składowa kolejności przeciwnej. Dlatego, współczynnik ten będzie nazywany **admitancją niezrównoważenia kolejności przeciwnej**.

Zespolona wartość skuteczna składowej kolejności zerowej tego prądu jest równa

$$\begin{aligned} I_u^z &= \frac{1}{3}(I_{Ru} + I_{Su} + I_{Tu}) = \frac{1}{3}[(Y_R - G_e - jB_e) + (Y_S - G_e - jB_e)\alpha^* + (Y_T - G_e - jB_e)\alpha]U_R = \\ &= \frac{1}{3}(Y_R + \alpha^* Y_S + \alpha Y_T) U_R \stackrel{\text{df}}{=} A^z U_R \end{aligned} \quad (20)$$

gdzie

$$A^z \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{3}(Y_R + \alpha^* Y_S + \alpha Y_T). \quad (21)$$

Wtedy, gdy współczynnik ten nie jest równy zero, wówczas w prądzie zasilania pojawia się składowa symetryczna prądu kolejności zerowej. Dlatego, współczynnik ten będzie nazywany **admitancją niezrównoważenia kolejności zerowej**.

Tak więc, prąd niezrównoważenia jest sumą dwu składowych symetrycznych

$$\mathbf{i}_u = \mathbf{i}_u^n + \mathbf{i}_u^z \quad (22)$$

gdzie

$$\mathbf{i}_u^n \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{2} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} I_R^n \\ I_S^n \\ I_T^n \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} A^n U_R \\ A^n U_T \\ A^n U_S \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \text{Re} \{ A^n U^\# e^{j\omega t} \} \quad (23)$$

jest **prądem niezrównoważenia kolejności przeciwnej**, oraz

$$\mathbf{i}_u^z \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{2} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} I_R^z \\ I_S^z \\ I_T^z \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} A^z U_R \\ A^z U_R \\ A^z U_R \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \text{Re} \{ A^z U_R e^{j\omega t} \}. \quad (24)$$

jest **prądem niezrównoważenia kolejności zerowej**. Symbol $U^\#$ we wzorze (23) oznacza wektor zespolonych wartości skutecznych napięć liniowych z zamienionymi pozycjami faz S i T, zaś symbol U_R we wzorze (24) oznacza wektor trójfazowy zbudowany z wartości U_R . W ten sposób prąd zasilania odbiornika został rozłożony na cztery składowe

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_a + \mathbf{i}_r + \mathbf{i}_u^n + \mathbf{i}_u^z. \quad (25)$$

stowarzyszone z czterema odmiennymi zjawiskami w obwodzie, mianowicie, ze stałym przepływem energii ze źródła zasilania do odbiornika, z przesunięciem fazowym prądów zasilania odbiornika względem napięcia

zasilania, z niezrównoważeniem odbiornika generującym prąd kolejności przeciwnej oraz z niezrównoważeniem odbiornika, generującym prąd kolejności zerowej. Są to Składowe Fizyczne Prądy (ang.: Currents' Physical Componets – CPC) zasilania. Należy jednak podkreślić, że pomimo przymiotnika „*fizyczne*”, prądy te fizycznie nie istnieją. Są one jedynie produktem pewnego rozkładu, a różnych rozkładów może być nieskończenie wiele. Prądy te są jedynie *stowarzyszone* z określonymi zjawiskami fizycznymi.

Admitancje niezrównoważenia A^n i A^z przyjmują wartość zerową wtedy, gdy admitancje odbiornika Y_R , Y_S i Y_T są sobie równe. Jest to jednak jedynie warunek wystarczający na to, aby admitancje te były równe zero. Nie jest to warunek konieczny. Obserwacja ta jest punktem wyjścia dla rozważań nad możliwością równoważenia odbiorników niezrównoważonych, a więc do kompensacji prądów niezrównoważenia.

Podział prądu zasilania odbiornika niezrównoważonego na składowe fizyczne umożliwia przedstawienie takiego odbiornika w postaci pewnego odbiornika zastępczego, złożonego z czterech odbiorników odpowiedzialnych za poszczególne składowe fizyczne. W tym celu zauważmy, że zespolona wartość skuteczna prądu niezrównoważonego kolejności przeciwnej w linii S może być przedstawiona w postaci

$$I_{Su}^n = A^n U_T = A^n \alpha^* U_S = (\alpha^* A^n) U_S \quad (26)$$

i podobnie, w linii T

$$I_{Tu}^n = A^n U_S = A^n \alpha U_T = (\alpha A^n) U_T \quad (27)$$

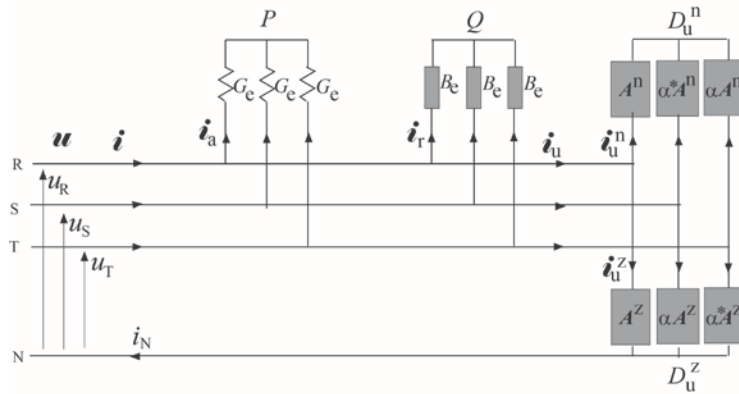
zaś zespolona wartość skuteczna prądu niezrównoważonego kolejności zerowej w linii S może być przedstawiona w postaci

$$I_{Su}^z = A^z U_R = A^z \alpha U_S = (\alpha A^z) U_S \quad (28)$$

zaś w linii T, w postaci

$$I_{Tu}^z = A^z U_R = A^z \alpha^* U_T = (\alpha^* A^z) U_T. \quad (29)$$

Powyższe zależności pozwalają zilustrować rozkład (25) obwodem zastępczym odbiornika niezrównoważonego, pokazanym na rys. 4.



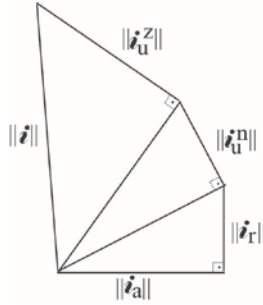
Rys. 4. Odbiornik równoważny odbiornikowi niezrównoważonemu.

Składowe fizyczne prądu zasilania w rozkładzie (25) są wzajemnie ortogonalne. Składowa czynna i składowa bierna są ortogonalne ze względu na ich wzajemne przesunięcie o ćwierć okresu. Obie te składowe są prądami kolejności zgodnej, a więc są ortogonalne względem obu prądów niezrównoważenia. Oba prądy niezrównoważenia, kolejności przeciwnej i kolejności zerowej, są wzajemnie ortogonalne, gdyż są prądami o odmiennej kolejności. Tak więc, wartości skuteczne składowych fizycznych prądu zasilania odbiornika niezrównoważonego w układzie z przewodem zerowym spełniają zależność

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_r\|^2 + \|i_u^n\|^2 + \|i_u^z\|^2. \quad (30)$$

Wartości skuteczne składowych fizycznych prądu są równe, odpowiednio

$$\|i_a\| = G_e \|u\|, \quad \|i_r\| = |B_e| \|u\|, \quad \|i_u^n\| = A^n \|u\|, \quad \|i_u^z\| = A^z \|u\|. \quad (31)$$



Rys. 5. Wielobok wartości skutecznych składowych fizycznych prądu odbiornika niezrównoważonego.

Przedstawiony rozkład prądu na składowe fizyczne odnosi się do prądów fazowych. Prąd w przewodzie zerowym jest potrójnym prądem niezrównoważenia kolejności zerowej, mianowicie

$$i_N = 3i_{Ru}^z = 3\sqrt{2} \operatorname{Re}\{I_u^z e^{j\omega t}\} = 3\sqrt{2} \operatorname{Re}\{A^z U_R e^{j\omega t}\} \quad (32)$$

a jego wartość skuteczna wynosi

$$\|i_N\| = \sqrt{3} A^z \|\mathbf{u}\|. \quad (33)$$

Mnożąc równanie (25) przez kwadrat trójfazowej wartości skutecznej napięcia zasilania $\|\mathbf{u}\|_4$ otrzymuje się równanie mocy niezrównoważonego odbiornika trójfazowego z przewodem zerowym

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D_u^{n2} + D_u^{z2}. \quad (34)$$

Jeśli w sytuacji trudnej dostępności pomiarowej wartości $\|\mathbf{u}\|_4$, przybliży się ją wartością $\|\mathbf{u}\|_3 = \|\mathbf{u}\|$. wówczas

$$P = \|i_a\| \|\mathbf{u}\| = G_e \|\mathbf{u}\|^2 \quad (35)$$

$$Q = \pm \|\mathbf{i}_r\| \|\mathbf{u}\| = -B_e \|\mathbf{u}\|^2. \quad (36)$$

W równaniu tym

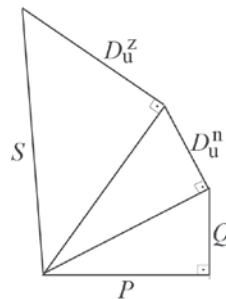
$$D_u^n \stackrel{\text{df}}{=} \|\mathbf{i}_u^n\| \|\mathbf{u}\| = A^n \|\mathbf{u}\|^2 \quad (37)$$

jest **mocą niezrównoważenia kolejności przeciwnej**, oraz

$$D_u^z \stackrel{\text{df}}{=} \|\mathbf{i}_u^z\| \|\mathbf{u}\| = A^z \|\mathbf{u}\|^2 \quad (38)$$

jest **mocą niezrównoważenia kolejności zerowej**.

Otrzymane równanie mocy (34) jest całkowicie różne od powszechnie używanego równania. Moc pozorna w tym równaniu nie jest zdefiniowana jako moc arytmetyczna lub moc geometryczna, a ponadto oprócz mocy czynnej i mocy bierniej, są w tym równaniu dwie nowe moce, związane z generowaniem przez odbiornik prądu symetrycznego kolejności przeciwnej oraz/lub prądu kolejności zerowej. Moce te są miarą oddziaływania tych prądów na moc pozorną odbiornika. Oddziaływanie tych mocy na moc pozorną odbiornika S można zilustrować wielokątem pokazanym na rys. 6.



Rys. 6. Wielobok mocy odbiornika w obwodzie trójfazowym z przewodem zerowym.

Z równania tego wynika, że na wartość współczynnika mocy λ odbiornika oddziałują w takim samym stopniu moc bierna Q jak i obie moce niezrównoważenia, gdyż

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D_u^{n^2} + D_u^{z^2}}}. \quad (39)$$

Poprawa tego współczynnika na drodze kompensacji polega w istocie na redukcji, przy zachowaniu prądu czynnego, tych składowych prądu zasilania, które nie są stowarzyszone z trwałym przenoszeniem energii ze źródła do odbiornika. Jest to widoczne szczególnie wyraźnie, gdy współczynnik mocy przedstawi się w postaci

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\|\mathbf{i}_a\|}{\|\mathbf{i}\|} = \frac{\|\mathbf{i}_a\|}{\sqrt{\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_T\|^2 + \|\mathbf{i}_u^n\|^2 + \|\mathbf{i}_u^z\|^2}}. \quad (40)$$

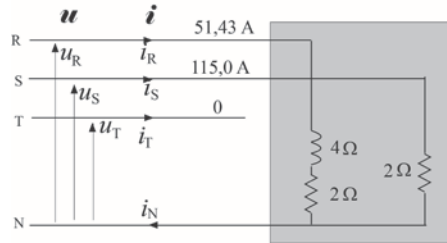
Warto tu zwrócić uwagę na to, że dokładność pomiaru trójfazowej wartości skutecznej $\|\mathbf{u}\|_4$ nie ma wpływu na dokładność oszacowania współczynnika mocy.

Problem kompensacji reaktancyjnej można sprowadzić do modyfikacji admitancji widzianej z zacisków źródła zasilania, gdyż współczynnik mocy może być wyrażony poprzez parametry odbiornika, mianowicie

$$\lambda = \frac{\|\mathbf{i}_a\|}{\|\mathbf{i}\|} = \frac{G_e}{\sqrt{G_e^2 + B_e^2 + A^{n^2} + A^{z^2}}}. \quad (41)$$

Wzór ten podkreśla fakt, że współczynnik mocy nie zależy od napięć czy prądów, lecz wyłącznie od parametrów odbiornika, to jest jego konduktancji i susceptancji równoważnej oraz admitancji niezrównoważenia kolejności przeciwnej i zerowej.

Przykład liczbowy. Obliczmy trójfazowe wartości skuteczne składowych fizycznych prądu, moce i współczynnik mocy niezrównoważonego odbiornika o parametrach pokazanych na rys. 7, przyjmując, że odbiornik zasilany jest napięciem symetrycznym o wartości skutecznej mierzonej względem przewodu zerowego $U = 230$ V.



Rys. 7. Przykład odbiornika niezrównoważonego.

W obwodzie tym

$$Y_R = \frac{1}{2 + j4} = 0,10 - j0,20 \text{ S}, \quad Y_S = 0,50 \text{ S} \quad Y_T = 0.$$

Admitancja równoważna takiego odbiornika ma wartość

$$Y_e = G_e + jB_e = \frac{1}{3}(Y_R + Y_S + Y_T) = 0,02 - j0,067 \text{ S}.$$

Admitancja niezrównoważenia kolejności przeciwnej

$$A^n = \frac{1}{3}(Y_R + \alpha Y_S + \alpha^* Y_T) = 0,0924 e^{j122,7^\circ} \text{ S}.$$

Admitancja niezrównoważenia kolejności zerowej

$$A^z = \frac{1}{3}(Y_R + \alpha^* Y_S + \alpha Y_T) = 0,217 e^{-j103^\circ} \text{ S}.$$

Ponieważ trójfazowa wartość skuteczna napięcia zasilania wynosi $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{3} U = \sqrt{3} \times 230 = 398,4 \text{ V}$, zatem składowe fizyczne prądy zasilania wynoszą, odpowiednio

$$\|\mathbf{i}_a\| = G_e \|\mathbf{u}\|^2 = 0,20 \times 398,4 = 79,68 \text{ A}$$

$$\|\mathbf{i}_r\| = |B_e| \|\mathbf{u}\|^2 = 0,0667 \times 398,4 = 26,57 \text{ A}$$

$$\|\mathbf{i}_u^n\| = A^n \|\mathbf{u}\|^2 = 0,0924 \times 398,4 = 36,81 \text{ A}$$

$$\|\mathbf{i}_u^z\| = A^z \|\mathbf{u}\|^2 = 0,217 \times 398,4 = 86,45 \text{ A}.$$

Wartość skuteczna prądu zasilania

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_r\|^2 + \|\mathbf{i}_u^n\|^2 + \|\mathbf{i}_u^z\|^2} = \sqrt{79,68^2 + 26,57^2 + 36,81^2 + 86,45^2} = 126,0 \text{ A}.$$

Sprawdzeniem poprawności tego rozkładu może być porównanie powyższej wartości skutecznej, z obliczoną bezpośrednio ze znajomości prądów liniowych, mianowicie

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{I_R^2 + I_S^2 + I_T^2} = \sqrt{51,43^2 + 115,0^2} = 126,0 \text{ A}.$$

Poszczególne moce mają wartość

$$P = G_e \|\mathbf{u}\|^2 = 0,20 \times (398,4)^2 = 31,7 \text{ kW}$$

$$Q = -B_e \|\mathbf{u}\|^2 = -0,0667 \times (398,4)^2 = -10,6 \text{ kvar}$$

$$D_u^n = A^n \|\mathbf{u}\|^2 = 0,0924 \times (398,4)^2 = 14,7 \text{ kVA}$$

$$D_u^z = A^z \|\mathbf{u}\|^2 = 0,217 \times (398,4)^2 = 34,4 \text{ kVA}.$$

Moc pozorna odbiornika wynosi

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D_u^n^2 + D_u^z^2} = \sqrt{31,7^2 + 10,6^2 + 14,7^2 + 34,4^2} = 50,2 \text{ kVA}.$$

Współczynnik mocy odbiornika λ może być obliczany z pomocą jednego ze wzorów (39), (40) lub (41) i ma wartość $\lambda = 0,63$.

4. WNIOSKI

Artykuł niniejszy usuwa poważny brak elektrotechniki teoretycznej, która nie była do tej pory w stanie przedstawić poprawnego opisu właściwości energetycznych układów trójfazowych z przewodem zerowym, nawet wtedy, gdy odbiornik w takim układzie jest odbiornikiem liniowym a napięcie zasilania jest sinusoidalne i symetryczne. Wyprowadzone równanie mocy może być punktem wyjścia do opracowywania metod kompensacji reaktancyjnej w takich układach oraz do prób opisu takich układów przy niesinusoidalnym i niesymetrycznym napięciu zasilania.

LITERATURA

- [1] L.S. Czarnecki, (1999) "Energy flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality," *Archiv fur Elektrotechnik*, (82), No. 4, pp. 10-15.
- [2] L.S. Czarnecki, (2005) Moce w Obwodach Elektrycznych z Niesinusoidalnymi Przebiegami Prądów i Napięć, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*.
- [3] L.S. Czarnecki, (2011) "Powers and compensation in circuits with nosinusoidal voltages and currents, Part 4. Current's Physical Components and compensation three-phase unbalanced systems in sinusoidal conditions," *Online Journal: Automatyka, Elektryka, Zakłócenia*, www.elektro-innowacje.pl, Vol. 1, 2011, No. 4, pp. 57-65.