

On Line Journal: Automatyka-Elektryka-Zakłócenia, 2018

MOCE I KOMPENSACJA W OBWODACH Z ODKSZTAŁCONYMI I NIESYMETRYCZNYMI PRZEBIEGAMI PRĄDU I NAPIĘCIA

Część 12. Współczynnik mocy jedno-i trójfazowych, liniowych i nieliniowych odbiorników

Leszek S. CZARNECKI, Life Fellow IEEE

Przedmiotem artykułu są rozważania nad wpływem różnych zjawisk fizycznych w odbiorniku i cech obwodu elektrycznego na współczynnik mocy. Dotyczy to zarówno struktury obwodu jak i właściwości odbiorników. Komentowane są też błędne interpretacje mocy biernej i błędne definicje mocy pozornej w obwodach trójfazowych. Podstawę teoretyczną artykułu tworzy teoria mocy oparta na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu (ang. Currents' Physical Components, CPC – based Power Theory).

POWERS AND COMPENSATION IN SYSTEMS WITH NONSINUSOIDAL VOLTAGES AND CURRENTS

Part 12. Power factor of single- and three-phase, linear and nonlinear loads

Considerations on effects of various physical phenomena in a load and features of electrical circuits upon the power factor are the subject of the paper. These considerations include both effects of the circuit structure and the features of loads. Erroneous interpretations of the reactive power and erroneous definitions of the apparent power are commented as well. The Currents' Physical Components (CPC)-based power theory provides theoretical fundamentals for the paper.

1. WPROWADZENIE

Energia elektryczna dostarczona do odbiornika jest równa całości mocy czynnej P i odbiorca płaci dostawcy za tę właśnie dostarczoną energię. Płacąc za dostarczoną energię odbiorcy opłacają jednak wszystkie koszty istnienia, działania oraz zyski wytwórcy energii, a także dochody państwa, wynikające z produkcji i sprzedaży energii elektrycznej. Służy temu procesowi ustalona cena jednostki energii oraz dodatkowe narzuty, zapewniające opłacalność wytwarzania i dostarczania energii do jej odbiorców. Skuteczność odbioru energii przez indywidualnego odbiorcę nie ma oczywiście wpływu na całkowity proces rozliczania między wytwórcą energii a jej odbiorcami. Tak jest jednak z perspektywy globalnej. Dla indywidualnego odbiorcy ważna jest nie perspektywa globalna, lecz lokalna, to jest sytuacja na styku systemu rozdzielczego i jej użytkownika. Gdy skuteczność odbioru energii jest zbyt niska, odbiorca może podlegać presji ekonomicznej ze strony dostawcy, aby skuteczność tę poprawiać.

Z perspektywy lokalnej, to jest ze styku dostawcy energii oraz jej odbiorcy, koszt produkcji i dostawy energii związany jest z mocą pozorną S na zaciskach zasilania. Aby ją dostarczyć, dostawca musi tę energię nie tylko wyprodukować, ale także zapewnić, w celu jej dostawy, odpowiednie napięcie i prąd na zaciskach odbiornika. Oznacza to, że w obwodach jednofazowych dostawca musi dostarczyć napięcie i prąd o wartościach skutecznych, odpowiednio, U oraz I , zaś w obwodach trójfazowych dostarczyć napięcie i prąd o trójfazowych wartościach skutecznych, odpowiednio, $\|\mathbf{u}\|$ oraz $\|\mathbf{i}\|$. Symbole \mathbf{u} oraz \mathbf{i} oznaczają wektory trójfazowe napięcia i prądu odbiornika, mianowicie

$$\mathbf{u} = [u_R, u_S, u_T]^T, \quad \mathbf{i} = [i_R, i_S, i_T]^T. \quad (1)$$

Tak więc, koszt dostawy energii, włączając w to koszt urządzeń niezbędnych do jej przesyłania, i koszt strat energii w tych urządzeniach, związany jest wartościami skutecznymi prądów i napięć. Ich iloczyn

$$S = UI = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}\| \quad (2)$$

definiuje moc pozorną odbiornika.

Stosunek mocy czynnej do mocy pozornej na zaciskach odbiornika,

$$\lambda = \frac{P}{S} \quad (3)$$

zwany **współczynnikiem mocy**, jest jedną z najważniejszych miar określających skuteczność dostawy energii elektrycznej od jej wytwórcy do odbiorcy. Współczynnik ten został wprowadzony do elektrotechniki w końcu XIX wieku i już w końcu tego wieku był przedmiotem pomiarów [1, 12]. Jest on jedną z najmniej kwestionowanych miar efektywności systemów rozdzielczych.

Wartość skuteczna napięcia zasilania może zmieniać się ze zmianą mocy odbiornika zwykle tylko w nieznacznym stopniu, zatem obniżanie się współczynnika mocy oznacza wzrost wartości skutecznej prądu zasilania, a zatem i strat przesyłowych, a więc wzrost kosztu przesyłu energii, czyli wzrost kosztu po stronie jej dostawcy.

Koncepcja współczynnika mocy powstała w bardzo wczesnej fazie rozwoju systemów energetycznych, w zasadzie jednofazowych. Obwód trójfazowy traktowany był wtedy jedynie jako pewien „agregat” trzech obwodów jednofazowych i jako takie „agregaty” mocy obwodów jednofazowych, traktowane były moce obwodów trójfazowych. Przyczynę pogarszania się współczynnika mocy widziano wyłącznie w oscylacji energii między źródłem zasilania a odbiornikiem, którymi to oscylacjami tłumaczono obecność mocy bienej Q oraz przesunięcie fazowe prądu względem napięcia zasilania. Jest to pogląd błędny [19], lecz spotykany w środowisku elektrotechnicznym nawet obecnie. Ale też, już w 1892r. Steinmetz, obserwując obniżenie współczynnika mocy w obwodzie z lampą łukową, zadaje pytanie [1] czy prąd łuku rzeczywiście jest przesunięty względem napięcia?

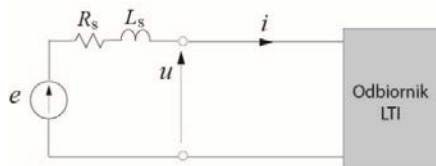
Systemy dostawy energii elektrycznej są obecnie bardzo złożone. Wartość współczynnika mocy brana jest jednak pod uwagę bezpośrednio, w rozliczeniach głównie z wielkimi odbiorcami energii. Przebiegi, szczególnie prądu, mogą mocno odbiegać od przebiegów sinusoidalnych. Możliwa jest asymetria zarówno prądów jak i napięć. Ale też, dzięki wynikom badawczym licznych naukowców [2-8], o wiele więcej wie się obecnie o właściwościach energetycznych obwodów elektrycznych.

Wzór definiujący współczynnik mocy (3) niczego jednak nie mówi o możliwych przyczynach jego obniżania. Nie mówi też zatem, jak można temu przeciwdziałać. Pomimo tego, że koncepcja współczynnika mocy jest w energetyce jedną z podstawowych koncepcji i jest pozornie prosta, w istocie jest ona bardzo złożona. Nie wszystko, odnośnie współczynnika mocy, jest też wyjaśnione, szczególnie w systemach z odkształconymi i niesymetrycznymi przebiegami prądów i napięć, a także w systemach rozdzielczych, w których odbiorca, może być także wytwórcą energii, czyli w tzw. systemach „prosumenckich”.

Ze względu na złożoność, koncepcja współczynnika mocy jest analizowana w tym artykule poprzez stopniowe komplikowanie obwodu, zaczynając od obwodu jednofazowego z odbiornikami liniowymi, stacjonarnymi (ang.: linear time-invariant – LTI), zasilanymi napięciem sinusoidalnym, poprzez obwody z odbiornikami nieliniowymi lub okresowo niestacjonarnymi, to jest z odbiornikami generującymi harmoniczne (ang.: harmonics generating loads – HGL. Współczynnik mocy analizowany jest w tym artykule stosując wyniki teorii mocy opartej na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu (ang.: Currents' Physical Components – CPC).

2. OBWÓD JEDNOFAZOWY Z ODBIORNIKIEM LTI I SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Obwód jednofazowy z odbiornikiem LTI, zasilany napięciem sinusoidalnym, pokazany na Rys. 1, jest podstawowym obwodem służącym na kursach elektrotechniki do wyjaśnienia właściwości energetycznych obwodów i wprowadzania definicji mocy. Jest to, niestety, przyczyną błędów interpretacyjnych. Właściwości energetycznych takich najprostrzych obwodów nie można jednak ekstrapolować na właściwości energetyczne obwodów bardziej złożonych. Obwód jednofazowy z odbiornikiem LTI i sinusoidalnym napięciem zasilania nie posiada wielu właściwości energetycznych obwodów bardziej złożonych, ze względu na strukturę i na przebiegi napięcia i prądu.



Rys. 1. Obwód jednofazowy z odbiornikiem LTI.

Jeśli napięcie na zaciskach odbiornika ma przebieg

$$u = U\sqrt{2} \cos \omega t$$

to prąd odbiornika, przesunięty względem napięcia o kąt fazowy φ , można rozłożyć na prąd czynny i_a oraz prąd bierny i_r , mianowicie

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi) = \sqrt{2} I \cos \varphi \cos \omega t + \sqrt{2} I \sin \varphi \sin \omega t = \sqrt{2} I_a \cos \omega t + \sqrt{2} I_r \sin \omega t = i_a + i_r. \quad (4)$$

Prądy te, ze względu na przesunięcie fazowe o kąt $\pi/2$, są wzajemnie ortogonalne, zatem ich wartości skuteczne $\|i\|$ spełniają zależność

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_r\|^2 = I_a^2 + I_r^2. \quad (5)$$

Mnożąc to równanie przez kwadrat wartości skutecznej napięcia odbiornika $\|u\| = U$, otrzymuje się równanie mocy odbiornika LTI zasilanego napięciem sinusoidalnym, mianowicie

$$S^2 = P^2 + Q^2. \quad (6)$$

Wielkość Q w tym równaniu jest mocą bierną odbiornika. Pomimo powszechnego przekonania w środowisku elektrotechnicznym, że moc ta jest wielkością fizyczną, nie ma [19] w obwodach elektrycznych żadnych zjawisk fizycznych określanych mocą bierną Q . Jest ona jedynie iloczynem wartości skutecznej napięcia i prądu biernego odbiornika, mianowicie

$$Q \stackrel{\text{df}}{=} \pm \|u\| \|i_r\| = \pm U I_r. \quad (7)$$

Znak mocy biernej Q w definicji (7) wynika z umowy, nakazującej, aby moc bierna odbiorników indukcyjnych była dodatnia. Podobnie moc czynna, definiowana jak średnia wartość, w okresie T , mocy chwilowej

$$P \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt = U I \cos \varphi = U I_a \quad (8)$$

może być wyrażana jako iloczyn wartości skutecznej napięcia zasilania i prądu czynnego I_a .

Moc bierna Q jest więc definiowana podobnie jak moc pozorna S , wyłącznie poprzez iloczyn wartości skutecznych napięcia i prądu biernego I_r . Co prawda, w obwodzie jednofazowym z odbiornikiem LTI istnieją oscylacje energii między źródłem zasilania a odbiornikiem, o amplitudzie równej mocy biernej Q , ale zjawiska tego nie ma już w zrównoważonych obwodach trójfazowych, niezależnie od wartości mocy biernej, czy też w obwodach rezystancyjnych, o okresowo zmiennych parametrami.

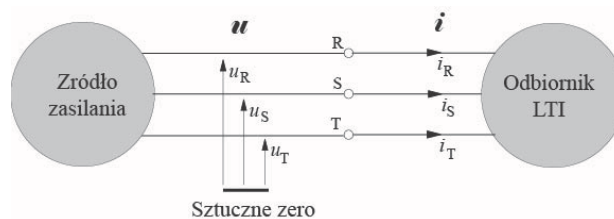
Wartość skuteczna napięcia odbiornika jest mnożnikiem wartości skutecznej prądu w liczniku i w mianowniku wzoru (3) definiującego współczynnik mocy λ . W jakimś sensie iloczyn ten ukrywa to, co istotnie określa ten współczynnik, to jest stosunek minimalnej wartości skutecznej prądu $\|i_a\|$ odbiornika o mocy czynnej P do aktualnej wartości skutecznej tego prądu $\|i\|$, mianowicie

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\|u\| \|i_a\|}{\|u\| \|i\|} = \frac{\|i_a\|}{\|i\|} = \frac{\|i_a\|}{\sqrt{I_a^2 + I_r^2}}. \quad (9)$$

Wartości skuteczne składowej czynnej i składowej biernej prądu odbiornika są pierwotnymi przyczynami decydującymi o wartości współczynnika mocy. Wartości mocy czynnej i mocy pozornej są przyczynami wtórnymi.

3. OBWÓD TRÓJFAZOWY Z ODBIORNIKIEM LTI I SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Podstawowym obwodem energetycznym służącym do przesyłu dużej ilości energii jest obwód trójfazowy, trójprzewodowy, pokazany na Rys. 2. Przyjmijmy w tym rozdziale, że napięcie zasilania jest sinusoidalne i symetryczne, zaś odbiornik jest liniowy, stacjonarny (LTI), lecz może być niezrównoważony, a więc prądy liniowe mogą nie być symetryczne. Jest to bardzo często spotykane przybliżenie stanu rzeczywistych obwodów trójfazowych.



Rys. 2. Obwód trójfazowy, trójprzewodowy z odbiornikiem LTI.

Przy takich założeniach, wektor prądów liniowych odbiornika \mathbf{i} , nazywany dalej krótko „prądem” odbiornika, ma trzy składowe fizyczne [8, 13], prąd czynny \mathbf{i}_a , prąd bierny \mathbf{i}_r oraz prąd niezrównoważenia \mathbf{i}_u , mianowicie

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_a + \mathbf{i}_r + \mathbf{i}_u \quad (10)$$

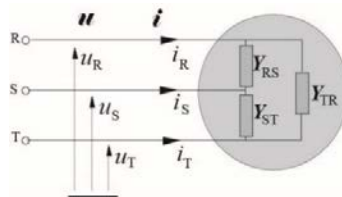
gdzie

$$\mathbf{i}_a = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{G_e 1^p U_R e^{j\omega t}\}, \quad 1^p = [1, \alpha^*, \alpha]^T, \quad \alpha = 1e^{j2\pi/3} \quad (11)$$

$$\mathbf{i}_r = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{jB_e 1^p U_R e^{j\omega t}\} \quad (12)$$

$$\mathbf{i}_u = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{Y_u 1^n U_R e^{j\omega t}\}, \quad 1^n = [1, \alpha, \alpha^*]^T. \quad (13)$$

Prądy te określone są dwiema admitancjami: admitancją równoważną odbiornika $Y_e = G_e + jB_e$ oraz admitancją niezrównoważenia odbiornika Y_u . Obliczenie tych dwóch admitancji wymaga obliczenia admitancji Y_{RS} , Y_{ST} , oraz Y_{TR} , odbiornika o strukturze Δ , pokazanego na Rys. 3, równoważnego ze względu na prąd \mathbf{i} przy napięciu \mathbf{u} , oryginalnemu odbiornikowi LTI.



Rys. 3. Obwód równoważny odbiornika LTI o strukturze Δ .

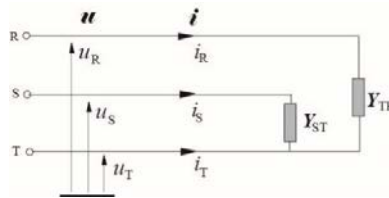
Każdy odbiornik trójfazowy ma [10] nieskończoną liczbę takich odbiorników równoważnych, co oznacza, że jedna z admitancji Y_{RS} , Y_{ST} , lub Y_{TR} może mieć dowolną wartość, w szczególności zero. Admitancje te określają admitancję równoważną odbiornika trójfazowego

$$Y_e = G_e + jB_e = Y_{ST} + Y_{TR} + Y_{RS} \quad (14)$$

oraz admitancję niezrównoważenia

$$Y_u = Y_u e^{j\psi} = -(Y_{ST} + \alpha Y_{TR} + \alpha^* Y_{RS}). \quad (15)$$

Jeśli przyjmie się, że admitancja $Y_{RS} = 0$, to obwód równoważny redukuje się do obwodu pokazanego na Rys. 4,



Rys. 4. Obwód równoważny odbiornika LTI o strukturze Δ z zerową admitancją Y_{RS} .

Admitancje tego obwodu mają wartości, odpowiednio

$$Y_{TR} = \frac{I_R}{U_R - U_T}, \quad Y_{ST} = \frac{I_S}{U_S - U_T} \quad (16)$$

co upraszcza wzory na admitancję równoważną oraz admitancję niezrównoważenia jak następuje

$$Y_e = Y_{ST} + Y_{TR}, \quad Y_u = -(Y_{ST} + \alpha Y_{TR}). \quad (17)$$

Trójfazowe wartości skuteczne składowych fizycznych prądu odbiornika trójfazowego LTI są równe, odpowiednio

$$\|\mathbf{i}_a\| = G_e \|\mathbf{u}\|, \quad \|\mathbf{i}_r\| = B_e \|\mathbf{u}\|, \quad \|\mathbf{i}_u\| = Y_u \|\mathbf{u}\| \quad (18)$$

gdzie trójfazowa wartość skuteczna napięcia zasilania wynosi

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{U_R^2 + U_S^2 + U_T^2} = \sqrt{3} U_R. \quad (19)$$

Składowe fizyczne prądu są wzajemnie ortogonalne [8], zatem trójfazowa wartość skuteczna prądu odbiornika trójfazowego LTI ma wartość

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_r\|^2 + \|\mathbf{i}_u\|^2}. \quad (20)$$

Poprawność obliczania współczynnika mocy w obwodach trójfazowych zależy od poprawności wyboru definicji mocy pozornej S . Rozbieżność co do tej definicji pojawiła się już w roku 1922, gdy American Institute of Electrical Engineers (AIEE) nie był w stanie rozstrzygnąć, która z definicji mocy pozornej, mianowicie, definicja arytmetyczna

$$S = U_R I_R + U_S I_S + U_T I_T = S_A \quad (21)$$

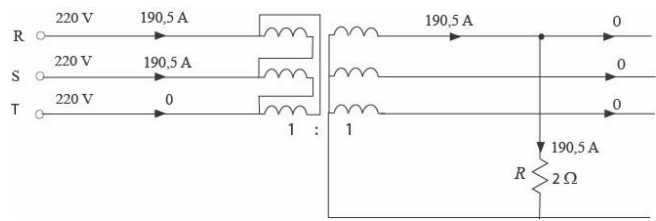
czy definicja geometryczna

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = S_G \quad (22)$$

jest poprawną definicją mocy pozornej S . Ostatecznie, obie definicje znalazły się w amerykańskich standardach i rozprzestrzeniły się w elektrotechnice. W 1922 r. Buchholtz wprowadził [2] inną definicję mocy pozornej, mianowicie

$$S = \sqrt{U_R^2 + U_S^2 + U_T^2} \sqrt{I_R^2 + I_S^2 + I_T^2} = S_B \quad (23)$$

która nie rozprzestrzeniła się w elektrotechnice w stopniu porównywalnym z poprzednimi definicjami. Być może, problemu nie dostrzeżono dlatego, że te trzy definicje w obwodach zrównoważonych są sobie liczbowo równoważne. Różnica pojawia się dopiero wtedy, gdy odbiornik jest niezrównoważony. Ilustruje to obwód pokazany na Rys. 5. Obwód jest czysto rezystancyjny, z idealnym transformatorem o przekładni zwojowej 1:1.



Rys. 5. Przykład obwodu niezrównoważonego.

Moc czynna tego obwodu wynosi $P = 72,6$ kW, zaś moc pozorna, zależnie od użytej definicji

$$S_A = 83,8 \text{ kVA}, \quad S_G = 72,6 \text{ kVA}, \quad S_B = 102,7 \text{ kVA}.$$

Zależnie od wyboru definicji mocy pozornej, otrzymuje się więc różne wartości współczynnika mocy, mianowicie.

$$\lambda_A = \frac{P}{S_A} = 0,86, \quad \lambda_G = \frac{P}{S_G} = 1, \quad \lambda_B = \frac{P}{S_B} = 0,71.$$

Analiza poprawności wyboru definicji mocy pozornej S została przeprowadzona w 1999r. w artykule [11]. Analiza ta miała odpowiedzieć na pytanie, jaka powinna być wartość współczynnika mocy λ , aby poprawnie ocenić przesyłowe straty energii? Okazało się, że straty te oszacowane są poprawnie, jeśli współczynnik ten jest obliczony stosując definicję mocy pozornej S proponowaną przez Buchholz'a. Wcześniej w 1988r., w artykule [8], w którym przedstawiono teorię mocy obwodów trójfazowych z niesinusoidalnym napięciem zasilania, moc pozorna została zdefiniowana, przez analogię do definicji tej mocy w obwodach jednofazowych, wzorem

$$S = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}\|. \quad (24)$$

Definicja mocy pozornej Buchholz'a [2] jest szczególnym przypadkiem tej definicji, wtedy gdy napięcia i prądy obwodu są sinusoidalne.

Biorąc pod uwagę powyższe wyniki, współczynnik mocy obwodu trójfazowego z odbiornikami LTI może być przedstawiony jak następuje

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\|\mathbf{i}_a\|}{\|\mathbf{i}\|} = \frac{\|\mathbf{i}_a\|}{\sqrt{\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_r\|^2 + \|\mathbf{i}_u\|^2}} = \frac{G_e}{\sqrt{G_e^2 + B_e^2 + Y_u^2}}. \quad (25)$$

Tak więc, współczynnik mocy jest określony całkowicie trzema parametrami odbiornika, mianowicie, konduktancją

równoważną G_e , susceptancję równoważną B_e , oraz modulem admitancji niezrównoważenia Y_u .

Istnienie w obwodzie elektrycznym mocy bierniej Q jest w środowisku elektrotechnicznym bardzo często tłumaczone istnieniem oscylacji energii między źródłem zasilania a czynno-reakcyjnym odbiornikiem. Sprawdźmy zatem, czy takie tłumaczenie jest poprawne. Wyznamy w tym celu przebieg mocy chwilowej $p(t)$, czyli prędkość przepływu energii, mianowicie

$$\frac{dW(t)}{dt} = p(t) = \mathbf{u}(t)^T \mathbf{i}(t) = \mathbf{u}(t)^T [\mathbf{i}_a(t) + \mathbf{i}_r(t) + \mathbf{i}_u(t)] = p_a(t) + p_r(t) + p_u(t). \quad (26)$$

Oznacza to, że każda składowa fizyczna prądu ma swój indywidualny udział w przepływie energii, niezależnie od pozostałych składowych.

Moc chwilowa stowarzyszona z prądem czynnym $p_a(t)$ może być przedstawiona w postaci

$$p_a(t) = \mathbf{u}(t)^T \mathbf{i}_a(t) = \mathbf{u}(t)^T G_e \mathbf{u}(t) = G_e \|\mathbf{u}\|^2 = \text{const} = P. \quad (27)$$

Przyjmijmy, że $U_R = U_R$, a więc $u_R(t) = \sqrt{2} U_R \cos \omega t$ zatem prąd bierny, $i_{Rr}(t) = -\sqrt{2} B_e U_R \sin \omega t = -\sqrt{2} I_r \sin \omega t$.

Moc chwilowa stowarzyszona z prądem biernym $p_r(t)$ może być przedstawiona w postaci

$$p_r(t) = \mathbf{u}(t)^T \mathbf{i}_r(t) = -\sqrt{2} U_R \cos(\omega t) \sqrt{2} I_r \sin(\omega t) - \sqrt{2} U_R \cos(\omega t - 2\pi/3) \sqrt{2} I_r \sin(\omega t - 2\pi/3) - \\ - \sqrt{2} U_R \cos(\omega t + 2\pi/3) \sqrt{2} I_r \sin(\omega t + 2\pi/3) = 0. \quad (28)$$

Wynik ten oznacza, że istnienie prądu biernego \mathbf{i}_r w prądzie odbiornika trójfazowego nie jest stowarzyszone z jakimkolwiek przepływem energii między źródłem zasilania a odbiornikiem.

Moc chwilowa stowarzyszona z prądem niezrównoważenia $p_u(t)$ może być przedstawiona w postaci

$$p_u(t) = \mathbf{u}(t)^T \mathbf{i}_u(t) = \sqrt{2} U_R \cos(\omega t) \sqrt{2} I_u \cos(\omega t + \psi) + \\ + \sqrt{2} U_R \cos(\omega t - 2\pi/3) \sqrt{2} I_u \cos(\omega t + 2\pi/3 + \psi) + \\ + \sqrt{2} U_R \cos(\omega t + 2\pi/3) \sqrt{2} I_u \cos(\omega t - 2\pi/3 + \psi) = D_u \cos(2\omega t + \psi). \quad (29)$$

gdzie

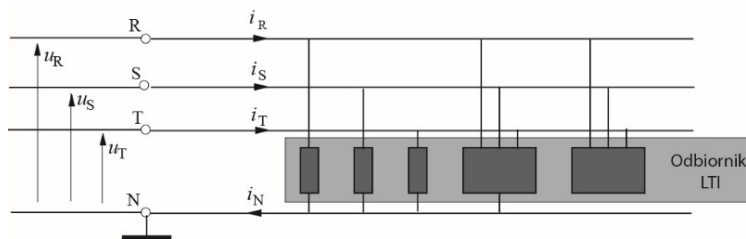
$$D_u = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{i}_u\| \quad (30)$$

jest mocą niezrównoważenia odbiornika [8, 13, 14]. Tak więc, w obwodzie trójfazowym z odbiornikiem LTI mogą istnieć oscylacje energii, lecz nie z powodu obecności prądu biernego \mathbf{i}_r , lecz z powodu obecności prądu niezrównoważenia \mathbf{i}_u .

Wyniki tej analizy pokazują, że nie ma żadnego związku z obecnością mocy bierniej, to jest prądu biernego w prądzie odbiornika trójfazowego, a oscylacją energii między źródłem zasilania a odbiornikiem. Często spotykane w środowisku elektrotechnicznym przekonanie o istnieniu takiego związku jest błędne. Oscylacje takie są powodowane asymetrią prądów zasilających w niezrównoważonych obwodach trójfazowych.

4. OBWÓD TRÓJFAZOWY, CZTEROPRZEWODOWY Z ODBIORNIKIEM LTI I SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Sieci w budynkach biurowych, handlowych czy zakładach przemysłowych zasilają odbiorniki trójfazowe oraz jednofazowe, włączane pomiędzy jeden z przewodów fazowych a przewód zerowy (ang.: neutral conductor). Sieci takie tworzą więc obwody trójfazowe, czteroprzewodowe. Przykład takiego obwodu pokazany jest na Rys. 6.



Rys. 6. Przykład obwodu trójfazowego, czteroprzewodowego z odbiornikami typu LTI.

Odbiorniki w takim obwodzie, niezależnie od jego złożoności, mają moc czynną P i moc bierną Q , które można mierzyć na zaciskach zasilających.

Oryginalny odbiornik, pokazany na Rys. 7(a), jest ze względu na moc czynną P równoważny [17, 18] odbiornikowi czysto rezystancyjnemu o konduktancjach przewodów fazowych względem przewodu zerowego G_R , G_S , oraz G_T ,

$$P = (G_R + G_S + G_T)U_R^2. \quad (31)$$

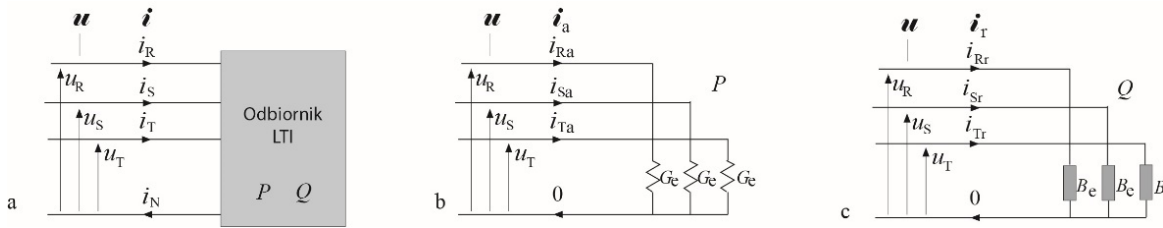
Konduktancje te można obliczyć z pomiaru zespolonych wartości skutecznych prądów i napięć na zaciskach odbiornika, mianowicie,

$$G_R = \operatorname{Re} \frac{I_R}{U_R}, \quad G_S = \operatorname{Re} \frac{I_S}{U_S}, \quad G_T = \operatorname{Re} \frac{I_T}{U_T}. \quad (32)$$

Oryginalny odbiornik, pokazany na Rys. 7(a), jest ze względu na moc czynną P jest też równoważny czysto rezystancyjnemu odbiornikowi zrównoważonemu, pokazanemu na Rys. 7(b) o konduktancji

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = \frac{P}{3U_R^2} = \frac{1}{3}(G_R + G_S + G_T) \quad (33)$$

zwanej konduktancją równoważną.



Rys. 7. (a) Odbiornik zasilany czteroprzewodowo; (b) odbiornik równoważny ze względu na moc czynną P ; (c) odbiornik równoważny ze względu na moc bierną Q .

Oryginalny odbiornik, pokazany na Rys. 7(a), jest ze względu na moc bierną Q równoważny odbiornikowi czysto reaktancyjnemu o susceptancjach przewodów fazowych względem przewodu zerowego B_R , B_S , oraz B_T , zatem

$$Q = -(B_R + B_S + B_T)U_R^2. \quad (34)$$

Susceptancje te można obliczyć, podobnie jak konduktancje, z pomiaru zespolonych wartości skutecznych prądów i napięć na zaciskach odbiornika, mianowicie,

$$B_R = \operatorname{Im} \frac{I_R}{U_R}, \quad B_S = \operatorname{Im} \frac{I_S}{U_S}, \quad B_T = \operatorname{Im} \frac{I_T}{U_T}. \quad (35)$$

Oryginalny odbiornik, pokazany na Rys. 7(a), ze względu na moc bierną Q , jest też równoważny czysto reaktancyjnemu odbiornikowi zrównoważonemu, pokazanemu na Rys. 7(c) o susceptancji

$$B_e = -\frac{Q}{\|u\|^2} = -\frac{Q}{3U_R^2} = \frac{1}{3}(B_R + B_S + B_T) \quad (36)$$

zwanej [17, 18] konduktancją równoważną.

Rozkład prądu zasilania odbiornika LTI zasilanego czteroprzewodowo na prąd czynny, bierny oraz prąd niezrównoważenia pozostaje taki sam jak dla odbiornika zasilanego trójprzewodowo, to jest relacja (10) pozostaje niezmienną, podobnie jak definicje prądów czynnego i biernego (11) i (12). Natomiast prąd niezrównoważenia ma [17, 18] dwie składowe: prąd niezrównoważenia kolejności ujemnej i prąd niezrównoważenia kolejności zerowej, w związku z czym, rozkład prądu odbiornika na składowe fizyczne ma postać

$$i = i_a + i_r + i_u^n + i_u^z \quad (37)$$

gdzie

$$i_a = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ G_e 1^p U_R e^{j\omega t} \}, \quad i_r = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ jB_e 1^p U_R e^{j\omega t} \} \quad (38)$$

$$i_u^n \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} I_R^n \\ I_S^n \\ I_T^n \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} Y_u^n U_R \\ Y_u^n U_T \\ Y_u^n U_S \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ Y_u^n 1^n U_R e^{j\omega t} \} \quad (39)$$

$$\mathbf{i}_u^z \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{2} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{I}_R^z \\ \mathbf{I}_S^z \\ \mathbf{I}_T^z \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_u^z \mathbf{U}_R \\ \mathbf{Y}_u^z \mathbf{U}_R \\ \mathbf{Y}_u^z \mathbf{U}_R \end{bmatrix} e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} \text{Re} \{ \mathbf{Y}_u^z \mathbf{1}^z \mathbf{U}_R e^{j\omega t} \}, \quad \mathbf{1}^z \stackrel{\text{df}}{=} [1, 1, 1]^T. \quad (40)$$

W wyrażeniach tych:

$$\mathbf{Y}_u^n \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{3} (\mathbf{Y}_R + \alpha \mathbf{Y}_S + \alpha^* \mathbf{Y}_T), \quad \mathbf{Y}_u^z \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{3} (\mathbf{Y}_R + \alpha^* \mathbf{Y}_S + \alpha \mathbf{Y}_T) \quad (41)$$

są admitancjami niezrównoważenia kolejności ujemnej i zerowej odbiornika, [17, 18], zaś

$$\mathbf{Y}_R = \frac{\mathbf{I}_R}{\mathbf{U}_R}, \quad \mathbf{Y}_S = \frac{\mathbf{I}_S}{\mathbf{U}_S}, \quad \mathbf{Y}_T = \frac{\mathbf{I}_T}{\mathbf{U}_T}. \quad (42)$$

Składowe fizyczne w rozkładzie (37) są wzajemnie ortogonalne, zatem

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_r\|^2 + \|\mathbf{i}_u^n\|^2 + \|\mathbf{i}_u^z\|^2} \quad (43)$$

gdzie

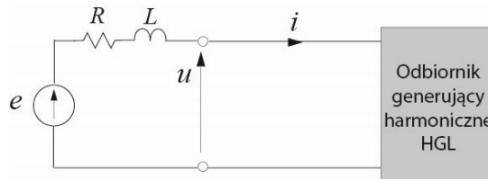
$$\|\mathbf{i}_a\| = G_e \|\mathbf{u}\|, \quad \|\mathbf{i}_r\| = /B_e / \|\mathbf{u}\|, \quad \|\mathbf{i}_u^n\| = Y_u^n \|\mathbf{u}\|, \quad \|\mathbf{i}_u^z\| = Y_u^z \|\mathbf{u}\|. \quad (44)$$

Współczynnik mocy trójfazowego odbiornika LTI zasilanego czteroprzewodowo można więc przedstawić jak następuje:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\|\mathbf{i}_a\|}{\|\mathbf{i}\|} = \frac{\|\mathbf{i}_a\|}{\sqrt{\|\mathbf{i}_a\|^2 + \|\mathbf{i}_r\|^2 + \|\mathbf{i}_u^n\|^2 + \|\mathbf{i}_u^z\|^2}} = \frac{G_e}{\sqrt{G_e^2 + B_e^2 + Y_u^{n2} + Y_u^{z2}}}. \quad (45)$$

5. OBWÓD JEDNOFAZOWY Z ODBIORNIKIEM GENERUJĄCYM HARMONICZNE I SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Odbiorniki liniowe i stacjonarne w obwodach jednofazowych wypierane są obecnie przez odbiorniki generujące harmoniczne (ang.: harmonics generating loads - HGL). Obwód z takim odbiornikiem przedstawiony jest na Rys. 8.



Rys. 8. Obwód jednofazowy z odbiornikiem generującym harmoniczne prądu (HGL).

Takimi odbiornikami są lampy fluorescencyjne czy diodowe (LED), sprzęt komputerowy, sprzęt video czy piece mikrofalowe. Prąd zasilania takich odbiorników jest odkształcony i przedstawiany matematycznie jako suma harmonicznych.

Odształcenie napięcia źródłowego $e(t)$ jest zwykle znacznie mniejsze od odkształcenia prądu i można dla uproszczenia przyjąć, że jest ono sinusoidalne.

Prąd odbiornika może być przedstawiony jako suma harmonicznych, mianowicie

$$i(t) = \sum_{n=0}^{\infty} i_n(t) = i_1(t) + i_G(t), \quad i_G(t) = \sum_{n=0, n \neq 1}^{\infty} i_n(t) \approx \sum_{n \in N, n \neq 1} i_n(t) \quad (46)$$

gdzie i_G oznacza składową odkształconą prądu lub inaczej, prąd generowany w odbiorniku, zaś N jest zbiorem rzędów n dominujących harmonicznych. Odształcenie prądu powoduje odkształcenie napięcia na zaciskach odbiornika. Można je przedstawić [15, 16] w postaci

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(t) = u_1(t) + u_G(t), \quad u_G(t) = \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq 1}}^{\infty} u_n(t) \approx \sum_{n \in N, n \neq 1} u_n(t). \quad (48)$$

Moc czynna na zaciskach odbiornika ma wartość

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T (u_1 + u_G)(i_1 + i_G) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u_1 i_1 dt + \frac{1}{T} \int_0^T u_G i_G dt \quad (47)$$

gdyż prąd generowany $i_G(t)$ jest ortogonalny do składowej podstawowej napięcia $u_1(t)$, oraz podobnie, składowa odkształcona napięcia $u_G(t)$ jest ortogonalna do składowej podstawowej prądu $i_1(t)$.

Składowa odkształcona $u_G(t)$ napięcia jest wynikiem przepływu prądu generowanego w odbiorniku $i_G(t)$ przez rezystancję R i indukcyjność L źródła zasilania, zatem $u_G = u_{RG} + u_{LG}$. Ponieważ napięcie na indukcyjności u_{LG} jest dla każdej harmonicznej ortogonalne do prądu, zatem

$$\frac{1}{T} \int_0^T u_G i_G dt = \frac{1}{T} \int_0^T (u_{RG} + u_{LG}) i_G dt = \frac{1}{T} \int_0^T u_{RG} i_G dt = \frac{1}{T} \int_0^T (-R i_G) i_G dt = -R \frac{1}{T} \int_0^T i_G^2 dt = -R \|i_G\|^2 = -P_G. \quad (48)$$

Tak więc, moc czynna na zaciskach odbiornika ma wartość

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u_1 i_1 dt + \frac{1}{T} \int_0^T u_G i_G dt = P_1 - P_G, \quad P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1. \quad (49)$$

Jest ona mniejsza od mocy czynnej harmonicznej podstawowej P_1 o moc czynną wszystkich harmonicznych generowanych w odbiorniku, P_G . Moc P_1 nazwano w [16] „**roboczą mocą czynną**” (ang.: **working active power**), zaś moc P_G nazwano „**odbitą mocą czynną**” (ang.: **reflected active power**).

Prąd odbiornika generującego harmoniczne, zasilany ze źródła napięcia sinusoidalnego, może być więc rozłożony na trzy składowe fizyczne, mianowicie

$$i = i_1 + i_G = i_{1a} + i_{1r} + i_G. \quad (50)$$

Składowe te są wzajemnie ortogonalne [16], zatem ich wartości skuteczne spełniają relację

$$\|i\|^2 = \|i_{1a}\|^2 + \|i_{1r}\|^2 + \|i_G\|^2 \quad (51)$$

gdzie

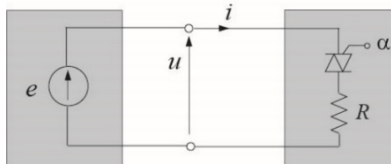
$$\|i_{1a}\| = I_1 \cos \varphi_1, \quad \|i_{1r}\| = I_1 \sin \varphi_1, \quad \|i_G\| = \sqrt{\sum_{n \in N, n \neq 1} I_n^2}. \quad (52)$$

Jak wynika ze wzoru (49), aby odbiornik miał moc czynną P , moc czynna harmonicznej podstawowej P_1 musi być większa od mocy P o moc czynną generowaną P_G . Minimalna wartość skuteczna prądu odbiornika o mocy P musi mieć wartość $\|i_{1a}\|$. Zatem współczynnik mocy odbiornika generującego harmoniczne ma wartość

$$\lambda = \frac{\|i_{1a}\|}{\|i\|} = \frac{\|i_{1a}\|}{\sqrt{\|i_{1a}\|^2 + \|i_{1r}\|^2 + \|i_G\|^2}}. \quad (53)$$

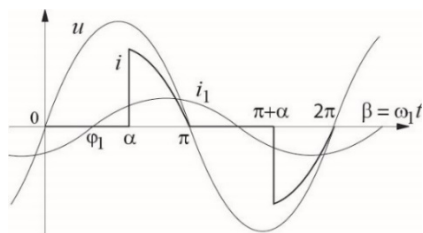
Składową czynną harmonicznej podstawowej i_{1a} , nazwano [16] „**roboczym prądem czynnym**” (ang.: **working active current**).

Przykładem obwodu z odbiornikiem generującym harmoniczne jest obwód z TRIAC-iem, pokazany na Rys. 9.



Rys. 9. Obwód rezystancyjny z TRIAC-iem.

Przy sinusoidalnym napięciu zasilania przebieg prądu oraz jego harmoniczna podstawowa przy pewnym, nie zerowym kącie zapłonu α , mają przebiegi pokazane na Rys. 10.



Rys. 10. Przebiegi prądu i napięcia w obwodzie rezystancyjnym z TRIAC-iem.

Ponieważ harmoniczna podstawowa prądu i_1 w tym obwodzie jest przesunięta względem napięcia zasilania o pewien kąt φ_1 , zatem

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) = i_{1a} + i_{1r} \quad (54)$$

to znaczy prąd odbiornika ma składową bierną. Moc chwilowa odbiornika

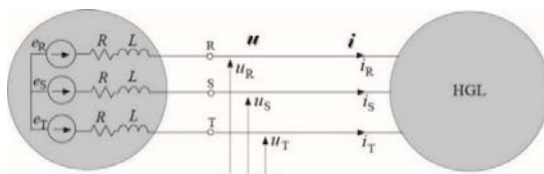
$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} = u(t)i(t) \quad (55)$$

jest nieujemna, zatem nie ma oscylacji energii w takim obwodzie. Pomimo tego, w obwodzie istnieje moc bierna o wartości

$$Q = \|u\| \|i_{1r}\| = U I_1 \sin \varphi_1. \quad (56)$$

6. OBWÓD TRÓJFAZOWY Z ODBIORNIKIEM GENERUJĄCYM HARMONICZNE I SINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Tak jak w przypadku obwodów jednofazowych, tak i w obwodach trójfazowych, odbiornik ze względu na nieliniowość lub okresowe łączenie, może być źródłem harmonicznych (HGL). Rys. 11 przedstawia podstawową strukturę takiego obwodu. Jego opis w ramach teorii mocy opartej na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu nie różni się zasadniczo od opisu obwodu jednofazowego z takim samym odbiornikiem typu HGL. Harmoniczne generowane w odbiorniku przenoszą energię do źródła zasilania, gdzie jest ona rozpraszana na rezystancji wewnętrznej źródła R .



Rys. 11. Obwód trójfazowy z odbiornikiem typu HGL.

Moc czynna tych harmonicznych ma wartość

$$P_G = R \|\mathbf{i}_G\|^2 \quad (57)$$

gdzie $\|\mathbf{i}_G\|$ jest trójfazową wartością skuteczną generowanych harmonicznych prądu,

$$\|\mathbf{i}_G\| = \sqrt{\|i_{RG}\|^2 + \|i_{SG}\|^2 + \|i_{TG}\|^2}, \quad \|i_{LG}\| = \sqrt{\sum_{n \in N, n \neq 1} I_n^2}, \quad L = R, S, T. \quad (58)$$

Tak jak w przypadku obwodów jednofazowych, energia przenoszona jest ze źródła do odbiornika przez harmoniczną podstawową, i moc czynna obserwowana na zaciskach odbiornika jest mniejsza od mocy czynnej harmonicznej podstawowej P_1 o moc generowaną P_G , mianowicie

$$P = P_1 - P_G. \quad (59)$$

Prąd odbiornika niezrównoważonego typu HGL może być rozłożony na cztery składowe fizyczne

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_{1a} + \mathbf{i}_{1r} + \mathbf{i}_{1u} + \mathbf{i}_G. \quad (60)$$

Są one wzajemnie ortogonalne, zatem

$$\|\mathbf{i}\|^2 = \|\mathbf{i}_{1a}\|^2 + \|\mathbf{i}_{1r}\|^2 + \|\mathbf{i}_{1u}\|^2 + \|\mathbf{i}_G\|^2 \quad (61)$$

gdzie

$$\|\mathbf{i}_{1a}\| = G_{1e}\|\mathbf{u}_1\|, \quad \|\mathbf{i}_{1r}\| = /B_{1e}/\|\mathbf{u}_1\|, \quad \|\mathbf{i}_{1u}\| = Y_{1u}\|\mathbf{u}_1\|. \quad (62)$$

Aby odbiornik HGL miał moc czynną P , minimalna trójfazowa wartość skuteczna prądu musi mieć wartość $\|\mathbf{i}_{1a}\|$. Zatem współczynnik mocy odbiornika generującego harmoniczne ma wartość

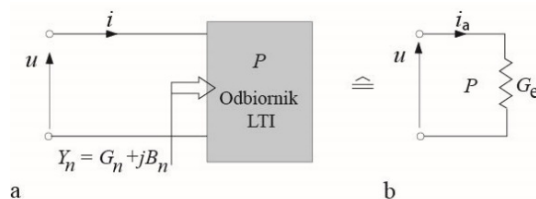
$$\lambda = \frac{\|\mathbf{i}_{1a}\|}{\|\mathbf{i}\|} = \frac{\|\mathbf{i}_{1a}\|}{\sqrt{\|\mathbf{i}_{1a}\|^2 + \|\mathbf{i}_{1r}\|^2 + \|\mathbf{i}_{1u}\|^2 + \|\mathbf{i}_G\|^2}}. \quad (63)$$

Tak więc, wszystkie składowe fizyczne prądu oddziałują, niezależnie od siebie, na współczynnik mocy odbiornika.

6. OBWÓD JEDNOFAZOWY Z ODBIORNIKIEM LTI I NIESINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

We wszystkich poprzednich sekcjach tego artykułu było przyjęte, że napięcie zasilania jest sinusoidalne. Odpowiedźmy teraz na pytanie, jak odkształcenie napięcia oddziałuje na współczynnik mocy, zaczynając od obwodu jednofazowego z odbiornikiem LTI. Warto tu zwrócić uwagę że to, pozornie proste pytanie, było centralnym pytaniem badań nad teorią mocy, na które w ciągu niemal całego XX wieku nie znano odpowiedzi. Odpowiedzi na to pytanie, którego szukano w ramach teorii mocy Budeanu [3], Fryze'go [4], Shepherd'a i Zakikhani'ego, [5], Kusters'a i Moore'a [6], oraz Tenti'ego, okazały się błędne. Odpowiedź ta została ostatecznie znaleziona [7] dopiero w 1984r., w ramach teorii mocy opartej na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu. Stało się to możliwe dzięki ujawnieniu w prądzie odbiornika LTI istnienia **prądu rozrzutu**, stowarzyszonego ze zjawiskiem zmiany konduktancji odbiornika z częstotliwością.

Rozpatrzmy obwód pokazany na Rys. 12(a),



Rys. 12. Obwód jednofazowy z odbiornikiem LTI (a) i równoważny mu ze względu na moc czynną, obwód rezystancyjny (b).

zasilany napięciem odkształconym

$$u = U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} U_n e^{jn\omega_1 t} = \sum_{n \in N_0} u_n. \quad (64)$$

Właściwości elektryczne odbiornika LTI określone są jego admitancją dla częstotliwości harmonicznych

$$Y_n = G_n + jB_n. \quad (65)$$

Prąd tego odbiornika ma przebieg

$$i = Y_0 U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} Y_n U_n e^{jn\omega_1 t}. \quad (66)$$

Ze względu na moc czynną P , odbiornik taki jest równoważny (wg. Fryze'go) odbiornikowi czysto rezystancyjnemu, pokazanemu na Rys. 12(b), o konduktancji

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} \quad (67)$$

zwanej konduktancją równoważną. Odbiornik ten obciąża źródło zasilania prądem czynnym

$$i_a = G_e u = G_e U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} G_e U_n e^{jn\omega_1 t}. \quad (68)$$

Pozostała część prądu

$$i - i_a = (Y_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} (Y_n - G_e)U_n e^{jn\omega_1 t} = (Y_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} (G_n + jB_n - G_e)U_n e^{jn\omega_1 t} \quad (69)$$

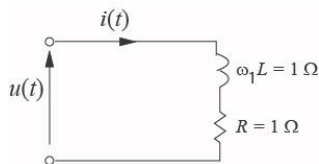
nie bierze udziału w przenoszeniu energii. Można ją rozłożyć na dwie składowe

$$\sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} jB_n U_n e^{jn\omega_1 t} \stackrel{\text{df}}{=} i_T \quad (70)$$

$$(G_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} (G_n - G_e)U_n e^{jn\omega_1 t} \stackrel{\text{df}}{=} i_s. \quad (71)$$

Pierwsza składowa, prąd bierny i_T , jest stowarzyszona ze zjawiskiem przesunięcia harmonicznych prądu względem napięcia. Druga składowa, i_s , jest stowarzyszona ze zjawiskiem zmiany konduktancji odbiornika G_n z częstotliwością harmonicznych. Ponieważ wartości konduktancji odbiornika G_n dla częstotliwości harmonicznych są zwykle rozrzucone wokół wartości konduktancji równoważnej G_e , zatem prąd i_s nazwano [7] **prądem rozrzutu** (ang.: **scattered current**).

Zmiana konduktancji G_n odbiornika z częstotliwością, jest powszechną właściwością większości odbiorników czynno-reakcyjnych. Rozpatrzmy dla przykładu odbiornik RL, pokazany na Rys. 13.



Rys. 13. Przykład odbiornika RL.

Konduktancja takiego odbiornika zależy od rzędu harmonicznej n jak poniżej

$$G_n = \operatorname{Re}\{Y_n\} = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{R + jn\omega_1 L}\right\} = \frac{R}{R^2 + (n\omega_1 L)^2}. \quad (72)$$

Dla parametrów odbiornika podanych na Rys. 13, konduktancja ta, dla kilku niższych harmonicznych, wynosi

$$G_0 = 1,0 \text{ S}, \quad G_1 = 0,5 \text{ S}, \quad G_2 = 0,2 \text{ S}, \quad G_3 = 0,1 \text{ S}, \quad G_4 = 0,06 \text{ S}$$

a więc zmienia się wokół pewnej konduktancji równoważnej, o stałej wartości G_e .

Tak więc, prąd odbiornika LTI zasilanego napięciem odkształconym może być rozłożona na trzy składowe fizyczne, mianowicie

$$i = i_a + i_T + i_s. \quad (73)$$

Prądy te są wzajemnie ortogonalne, zatem ich wartości skuteczne spełniają relację

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_T\|^2 + \|i_s\|^2 \quad (74)$$

gdzie

$$\|i_a\| = G_e \|u\|, \quad \|i_T\| = \sqrt{\sum_{n \in N} (B_n U_n)^2}, \quad \|i_s\| = \sqrt{[(G_0 - G_e)U_0]^2 + \sum_{n \in N} [(G_n - G_e)U_n]^2} \quad (75)$$

i współczynnik mocy może być przedstawiony w postaci

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\|i_a\|}{\|i\|} = \frac{\|i_a\|}{\sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_T\|^2 + \|i_s\|^2}}. \quad (76)$$

6. OBWÓD JEDNOFAZOWY Z ODBIORNIKIEM GENERUJĄCYM HARMONICZNE I NIESINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

W obecności harmonicznych w napięciu zasilającym i harmonicznych generowanych przez odbiornik, moc czynna harmonicznych

$$P_n = U_n I_n \cos \varphi_n$$

może mieć wartość dodatnią, czyli harmoniczna przenosi energię ze źródła do odbiornika, bądź ujemną, czyli harmoniczna przenosi energię z odbiornika do źródła zasilania. O znaku tej mocy rozstrzyga wartość kąta przesunięcia fazowego φ_n harmonicznej prądu względem harmonicznej napięcia.

W zależności od kierunku przepływu energii, rzędy n harmonicznych mogą należyć [9] do dwóch wzajemnie rozłącznych podzbiorów, N_C oraz N_G , mianowicie

$$\text{gdy } |\varphi_n| \leq \pi/2, \text{ to } n \in N_C \quad (78)$$

$$\text{gdy } |\varphi_n| > \pi/2, \text{ to } n \in N_G.$$

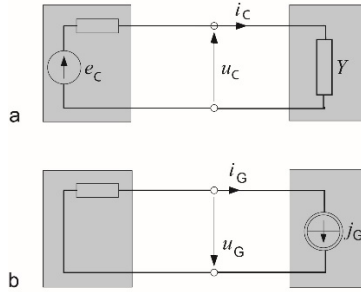
Prąd, napięcie i moc czynna mogą być więc ze względu na kierunek przepływu energii podzielone na dwie składowe, mianowicie

$$i = \sum_{n \in N} i_n = \sum_{n \in N_C} i_n + \sum_{n \in N_G} i_n = i_C + i_G \quad (78)$$

$$u = \sum_{n \in N} u_n = \sum_{n \in N_C} u_n + \sum_{n \in N_G} u_n = u_C - u_G \quad (79)$$

$$P = \sum_{n \in N} P_n = \sum_{n \in N_C} P_n + \sum_{n \in N_G} P_n = P_C - P_G. \quad (80)$$

Prąd, napięcie i moc czynna z indeksem „C” są skutkiem harmonicznych napięcia istniejących w źródle zasilania, zaś prąd i napięcie z indeksem „G” są skutkiem generacji harmonicznych w odbiorniku. Ilustruje to Rys. 14.



Rys. 14. (a) Obwód równoważny dla harmonicznych $n \in N_C$; (b) Obwód równoważny dla harmonicznych $n \in N_G$.

Podział ten jest jednak tylko pewną aproksymacją, przybliżeniem opisu stanu rzeczywistego, gdyż harmoniczne tego samego rzędu mogą być po obu stronach zacisków zasilających. Jedna z harmonicznych zwykle dominuje i narzuca kierunek przepływu energii. Harmoniczna umieszczana jest w powyższym rozkładzie po stronie dominującej.

Ponieważ harmoniczne przenoszą energię niezależnie od siebie; można więc obwód pierwotny opisywać stosując zasadę superpozycji. Stan obwodu pierwotnego jest sumą stanów obwodów pokazanych na Rys. 14(a) oraz 14(b).

Obwód na Rys. 14(a) jest obwodem liniowym, o admitancji dla harmonicznych o rzędach n ze zbioru N_C

$$Y_n = G_n + jB_n = \frac{I_n}{U_n} \quad (81)$$

zatem jego prąd i_C może być rozłożony na prąd czynny, bierny oraz prąd rozrzutu, mianowicie

$$i_{Ca} \stackrel{\text{df}}{=} G_{Ce} u_C, \quad \text{gdzie} \quad G_{Ce} \stackrel{\text{df}}{=} \frac{P_C}{\|u_C\|^2} \quad (82)$$

$$i_{Cr} \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_C} jB_n U_n e^{jn\omega t} \quad (83)$$

$$i_{Cs} \stackrel{\text{df}}{=} (G_0 - G_{Ce}) U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_C} (G_n - G_{Ce}) U_n e^{jn\omega t}. \quad (84)$$

Prąd odbiornika ma więc składowe fizyczne:

$$i = i_{Ca} + i_{Cr} + i_{Cs} + i_G. \quad (85)$$

Są one wzajemnie ortogonalne, zatem

$$\|i\|^2 = \|i_{Ca}\|^2 + \|i_{Cr}\|^2 + \|i_{Cs}\|^2 + \|i_G\|^2. \quad (86)$$

gdzie

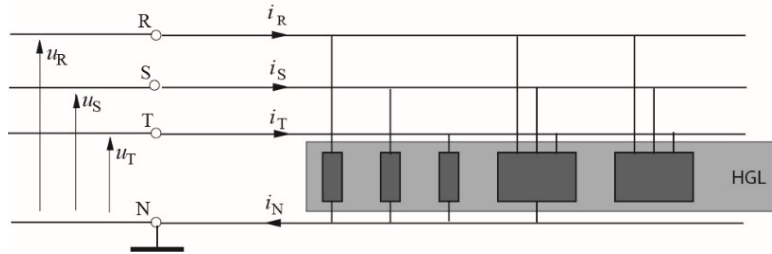
$$\|i_{Ca}\| = G_{Ce}\|u_C\|, \quad \|i_{Cr}\| = \sqrt{\sum_{n \in N_C} (B_n U_n)^2}, \quad \|i_{Cs}\| = \sqrt{[(G_0 - G_e)U_0]^2 + \sum_{n \in N_C} [(G_n - G_e)U_n]^2}. \quad (87)$$

Ponieważ minimalna wartość skuteczna prądu odbiornika o mocy P musi mieć wartość $\|i_{Ca}\|$, współczynnik mocy ma więc wartość

$$\lambda = \frac{\|i_{Ca}\|}{\|i\|} = \frac{\|i_{Ca}\|}{\sqrt{\|i_{Ca}\|^2 + \|i_{Cr}\|^2 + \|i_{Cs}\|^2 + \|i_G\|^2}}. \quad (88)$$

7. OBWÓD TRÓJFAZOWY, CZTEROPRZEWODOWY Z ODBIORNIKIEM HGL I NIESINUSOIDALNYM NAPIĘCIEM ZASILANIA

Wyniki częściowe, otrzymane powyżej dla obwodów z odbiornikami HGL, dla obwodów harmonicznymi w napięciu zasilania oraz dla obwodów trójfazowych z przewodem zerowym można z sobą połączyć, pomijając uciążliwe uzasadnianie rozkładu prądu odbiornika na składowe fizyczne. Takie połączenie wyników jest możliwe, gdyż składowe fizyczne są stowarzyszone z odrębnymi zjawiskami fizycznymi, które można opisywać indywidualnie. Dlatego prąd odbiornika trójfazowego, typu HGL, zasilanego napięciem niesinusoidalnym w obwodzie czteroprzewodowym, pokazanym na Rys. 15,



Rys. 15. Przykład obwodu trójfazowego, czteroprzewodowego, z odbiornikiem typu HGL.

można rozłożyć na sześć składowych fizycznych, mianowicie

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_{Ca} + \mathbf{i}_{Cr} + \mathbf{i}_{Cs} + \mathbf{i}_G + \mathbf{i}_{Cu}^n + \mathbf{i}_{Cu}^z. \quad (89)$$

Prądy te są wzajemnie ortogonalne, zatem

$$\|\mathbf{i}\|^2 = \|\mathbf{i}_{Ca}\|^2 + \|\mathbf{i}_{Cr}\|^2 + \|\mathbf{i}_{Cs}\|^2 + \|\mathbf{i}_G\|^2 + \|\mathbf{i}_{Cu}^n\|^2 + \|\mathbf{i}_{Cu}^z\|^2. \quad (90)$$

Wartości skuteczne poszczególnych składowych są równe, odpowiednio

$$\|\mathbf{i}_{Ca}\| = G_{Ce}\|u_C\|, \quad \|\mathbf{i}_{Cr}\| = \sqrt{\sum_{n \in N_C} (B_{en}\|u_n\|)^2}, \quad \|\mathbf{i}_{Cs}\| = \sqrt{\sum_{n \in N_C} [(G_{en} - G_e)\|u_n\|]^2} \quad (91)$$

$$\|\mathbf{i}_G\| = \sqrt{\sum_{n \in N_G} \|i_n\|^2}, \quad \|\mathbf{i}_{Cu}^n\| = \sqrt{\sum_{n \in N_C} (Y_{un}^n\|u_n\|)^2}, \quad \|\mathbf{i}_{Cu}^z\| = \sqrt{\sum_{n \in N_C} (Y_{un}^z\|u_n\|)^2}. \quad (92)$$

7. WNIOSKI

Współczynnik mocy jest jedną z najważniejszych miar opisujących skuteczność przesyłu energii w systemach energetycznych. Określenie wpływu różnych cech obwodu elektrycznego, odbiornika i napięcia zasilania na ten współczynnik okazało się jednak jednym z najtrudniejszych problemów elektrotechniki XX wieku, którego rozwiązaniu poświęciło się setki naukowców. Artykuł ten pokazuje, że teoria mocy oparta na koncepcji Składowych Fizycznych Prądu (CPC) jest bardzo skutecznym narzędziem teoretycznym pozwalającym ten problem rozwiązać. Tworzy też ona podstawę do pomiarowej analizy tego współczynnika, gdyż wszystkie składowe fizyczne prądów określające ten współczynnik są pomiarowo dostępne poprzez pomiar zespolonych wartości skutecznych harmonicznymi prądu i napięcia na zaciskach zasilania odbiornika. Mierniki umożliwiające takie pomiary są obecnie powszechnie dostępne.

LITERATURA

- [1] Ch.P. Steinmetz, "Does phase displacement occur in the current of electric arcs?" (In German), *ETZ*, 587, 1892.
- [2] F. Buchholz, "Die Drehstromscheinleistung bei Ungleichmäßiger Belastung der drei Zweige", *Licht und Kraft*, pp. 9-11, 1922.
- [3] C.I. Budeanu, Puissances Reactives et Fictives, *Institut Romain de l'Energie*, Bucharest, 1927.
- [4] S. Fryze, "Moc rzeczywista, urojona i pozorna w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia", *Przegląd Elektrotechniczny*, z. 7, pp. 193-203, z. 8, pp. 225-234, 1931, z. 22, pp. 673-676, 1932.
- [5] W. Shepherd, P. Zakikhani, "Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems", *Proc. IEE*, 119, No. 9, pp. 1361-1362, 1972.
- [6] N.L. Kusters, W.J.M. Moore, "On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions", *IEEE Trans. Pow. Appl. Syst.*, PAS-99, No. 3, pp. 1845-1854, 1980.
- [7] L.S. Czarnecki, "Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations", *IEEE Trans. Instr. Meas.*, IM-34, No. 3, pp. 399-404, 1984.
- [8] L.S. Czarnecki, "Orthogonal decomposition of the current in a three-phase non-linear asymmetrical circuit with nonsinusoidal voltage", *IEEE Trans. IM*, IM-37, No. 1, pp. 30-34, 1988.
- [9] L.S. Czarnecki and T. Swietlicki, "Powers in nonsinusoidal networks, their analysis, interpretation and measurement," *IEEE Trans. Instr. Measur.*, Vol. IM-39, No. 2, pp. 340-344, April 1990.
- [10] L.S. Czarnecki, "Equivalent circuits of unbalanced loads supplied with symmetrical and asymmetrical voltage and their identification", *Archiv fur Elektrotechnik*, 78 pp. 165-168, 1995.
- [11] L.S. Czarnecki, "Energy flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality", *Archiv fur Elektrotechnik*, 82, No. 4, pp. 10-15, 1999.
- [12] L.S. Czarnecki, "Power factor measurement," *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, John Wiley & Sons, 1999.
- [13] L.S. Czarnecki, *Moce w Obwodach Elektrycznych z Niesinusoidalnymi Przebiegami Prądów i Napięć*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2005.
- [14] L.S. Czarnecki, "Powers and compensation in circuits with nonsinusoidal voltages and currents, Part 4. Compensation of three-phase unbalanced systems in nonsinusoidal conditions," *AUTOMATYKA, ELEKTRYKA, ZAKLOCENIA*", www.epismo-aez.pl, vol. 2, no.2 (4), pp. 44-53, 2011.
- [15] L.S. Czarnecki, "Powers and compensation in circuits with nonsinusoidal voltages and currents, Part 3. Current's Physical Components and compensation in single-phase with Harmonic Generating Loads (HGL)", *AUTOMATYKA, ELEKTRYKA, ZAKLOCENIA*, www.epismo-aez.pl, vol. 2, nr 1 (3), pp. 57-65, 2011.
- [16] L.S. Czarnecki, "Working, reflected and detrimental active powers", *IET on Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 6, No. 3, pp. 223-239, 2012.
- [17] L.S. Czarnecki, P.H. Haley, "Currents' Physical Components (CPC) in four-wire systems with nonsinusoidal symmetrical voltage," *Przegląd Elektrotechniczny*, R.91, No. 6, pp. 48-53, 2015.
- [18] L.S. Czarnecki, P.M. Haley, "Unbalanced power in four-wire systems and its reactive compensation", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 30, No. 1, pp. 53-63, 2015.
- [19] L.S. Czarnecki, "Powers and compensation in circuits with nonsinusoidal voltages and currents, Część 11. Krytyczne uwagi do normy DIN 40100; Domniemany wpływ oscylacji energii na współczynnik mocy oraz krytyczna weryfikacja sensu fizycznego mocy biernej". *AUTOMATYKA, ELEKTRYKA, ZAKLOCENIA*", www.epismo-aez.pl, 2017.